

# مدل بندی عوامل غیر قابل کنترل در اندازه گیری کارایی شرکت های برق منطقه ای ایران

رضا کاظمی متین<sup>۱</sup>، رزا عزیزی<sup>۲</sup>

۱- دانشکده علوم- دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج- کرج- ایران

rkmartin@kiau.ac.ir

۲- دانشکده علوم- دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج- کرج- ایران

roza.azizi@kiau.ac.ir

**چکیده:** تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک روش غیر پارامتریک برای اندازه گیری کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم گیری است که مجموعه‌ای از ورودی‌ها را به مجموعه‌ای از خروجی‌ها تبدیل می‌کند. مدل‌های رایج DEA معمولاً برای داده‌های قابل کنترل ارائه شده‌اند و داده‌هایی که خارج از کنترل انسان و تحت تاثیر عواملی مانند عوامل محیطی هستند را بررسی نمی‌کنند. در ادبیات اخیر DEA روش‌هایی برای بررسی کارایی سیستم‌های تولید با وجود داده‌های خارج از کنترل ارائه شده است. در این مقاله به بررسی و تشریح مهمترین روش‌های موجود می‌پردازیم و این دیدگاه عملکرد صنعت برق را به عنوان یکی از صنایع تأثیرگذار در رشد و توسعه کشور، طی سال‌های ۱۳۶۸-۱۳۸۹ بررسی می‌کنیم.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، داده‌های غیر قابل کنترل، صنعت برق

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۱/۰۶/۰۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۱/۰۷/۰۵

نام نویسنده‌ی مسئول: رضا کاظمی متین

نشانی نویسنده‌ی مسئول: rkmartin@kiau.ac.ir

## ۱- مقدمه

همانطور که گفته شد روش‌های کلاسیک CCR و روشن<sup>۳</sup> BCC که توسط بنکر و همکاران در سال ۱۹۸۴ [10] ارائه شد، وروودی‌ها و خروجی‌های غیر قابل کنترل را در نظر نمی‌گیرند. بنابراین برای بررسی عملکرد سیستم‌هایی که داده‌های غیر قابل کنترل دارند با استفاده از روش‌های فوق، یا می‌بایست آن داده‌ها را در نظر نگرفت یا اینکه همانند داده‌های قابل کنترل با آنها برخورد کرد که در هر دو حالت نمی‌توان اطلاعات دقیقی از عملکرد سیستم‌ها بدست آورد. برای رفع این مشکل مدل‌های متفاوتی ارائه شده است.

اولین مقاله‌ای که بطور مستقیم وارد بحث داده‌های غیر قابل کنترل شده است مقاله بنکر و موری [11] است. مدل بنکر و موری [11] طوری ارائه شده است که عملکرد واحد‌ها را از مقایسه آنها با محیط‌هایی تعیین می‌کند که از دیدگاه عوامل غیر قابل کنترل، میتوانند محیط‌های سخت گیرانه تری باشند یا نباشند. همچنین بنکر و موری [12] مدل جدیدی برای ارزیابی عملکرد با شرط قابل کنترل یا غیر قابل کنترل بودن داده‌های قطعی ارائه کردند که در حال حاضر از پر کاربردترین مدل‌ها در این مورد محسوب می‌شود. ل AOL [3] و رگرسیون [13] مدلی را ارائه دادند که مجموعه مرجع واحد تحت بررسی را از واحدهایی با محیط سخت‌گیرانه‌تر و یا حداقل محیط مشابه انتخاب می‌کنند. تفاوت تئوریک این دو مقاله در آن است که AOL اصول پایه‌ای برای مدل پیشنهادی در نظر نگرفته است.

بر اساس این مباحث، ادامه مطالب مقاله به شرح زیر ارائه می‌شود. در بخش ۲ تعاریف ابتدایی و کاربردی از تحلیل پوششی داده‌ها را ارائه می‌کنیم. در بخش ۳ مدل‌های کلاسیک DEA، مناسب برای ارزیابی عملکرد را معرفی می‌کنیم. برخی از مدل‌های که توانایی بکارگیری داده‌های غیر قابل کنترل را دارند در بخش ۴ مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. یک مطالعه موردنی در زمینه محاسبه کارایی صنعت برق با استفاده از مدل‌های فوق و داده‌های قابل کنترل و غیر قابل کنترل در بخش ۵ ارائه می‌شود. در نهایت، نتایج بحث در بخش ۶ ارائه خواهند شد.

## ۲- مفاهیم اولیه در تحلیل پوششی داده‌ها [۱.۲]

- روش‌های غیر پارامتری: در مدل‌های غیر پارامتریک برخلاف مدل‌های پارامتریک که ساختار تابع تولید را مفروض دارند، با پذیرش برخی اصول موضوعه و صرفاً از داده‌ها برای تعیین تابع تولید استفاده از مدل‌های غیر پارامتری دارای فرضیات کمتری نسبت به روش‌های پارامتری اند که خود باعث می‌شود کاربرد آن‌ها گسترده‌تر از روش‌های پارامتری باشد. برای مثال، عمدۀ روش‌های پارامتری تنها برای سیستم‌های تولید با تک خروجی کاربرد دارند و همانگونه که گفته شد در آن‌ها باید ساختار تابع تولید از پیش مشخص باشد که محدودیت‌های بزرگی در مسیر گسترش کاربرد آنها ایجاد می‌کنند.
- وروودی: وروودی عاملی است که در طی فرایند تولید، به مصرف می‌رسد..

دسترسی به بیشترین سطح تولید همواره تحت تاثیر محدودیت‌هایی نظیر نیروی انسانی، سرمایه، انرژی و غیره قرار داشته است. از این رو استفاده بهینه از امکانات محدود و رسیدن به بهترین سطح عملکرد در تولید، همواره مطلوب بوده است. در راستای سنجش و بهبود عملکرد سیستم‌ها، تعیین مقدار کارایی و نیز منابع ناکارایی از دیرباز برای مدیران و سرمایه‌گذاران سیستم‌های مختلف امر مهمی بوده است و تحقیق برای معرفی روش‌هایی جهت ارزیابی کارایی سیستم‌ها مورد توجه قرار داشته است.

یکی از مهمترین صنایع هر کشور در رشد و پیشرفت اقتصادی آن کشور صنعت برق می‌باشد. این صنعت نه تنها به خودی خود از اهمیت ویژه‌ای در رشد و توسعه کشوردار است بلکه یکی از مهمترین منابع انرژی برای پیشرفت سایر صنایع کوچک و بزرگ است. از این‌رو بررسی عملکرد صنعت برق یکی از راهکارهای مهم در توسعه این صنعت و توسعه کشور خواهد بود.

تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۱</sup> (DEA)<sup>۲</sup> یک روش غیر پارامتریک<sup>۳</sup> برای ارزیابی عملکرد واحدهای همگن است، واحدهایی مانند واحدهای صنعتی، تولیدی، آموزشی، خدماتی و ... که واحدهای تصمیم گیری (DMU)<sup>۴</sup> نامیده می‌شوند و مجموعه‌ای مشابه از وروودی‌ها<sup>۵</sup> را به مجموعه‌ای مشابه از خروجی‌ها<sup>۶</sup> تبدیل می‌کنند. در این روش اندازه کارایی<sup>۷</sup> نسبی، بر حسب نسبت خروجی‌های تولید شده به وروودی‌های مصرف شده نشان داده می‌شود. فارل [4]، برای اولین بار این روش را مطرح کرد و چارنز و همکاران [5]، با معرفی مدل<sup>۸</sup> CCR آن را بطور خاص معرفی کردند.

مطالعات بسیار زیادی در زمینه بکارگیری DEA در صنعت برق از دیدگاه‌های مختلفی انجام شده است. در مقاله لیو و همکاران [6] مقدار کارایی تولید برق نیروگاه‌های حرارتی تایوان در سال ۲۰۰۶-۲۰۰۴ با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها بررسی شده است. سوزن و همکاران [7] عملکرد ۱۵ نیروگاه حرارتی برای تولید برق در ترکیه را که از سوخت‌های متفاوتی استفاده می‌کنند با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها بررسی کرده‌اند. سوئیوشی و گوتو [8] بازده به مقیاس را برای نیروگاه‌های با سوخت زغال سنگ امریکا اندازه‌گیری کرده و به این نکته که این نوع نیروگاه‌ها علاوه بر خروجی‌های مطلوب دارای خروجی‌های نامطلوب نیز هستند اشاره نمودند. ساریکا و ار [9] با استفاده از DEA عملکرد ۶۵ نیروگاه حرارتی، آبی و بادی تولید برق در ترکیه را بررسی و با هم مقایسه نمودند.

یکی از مهمترین ویژگی‌های روش‌های رایج DEA آن است که وروودی‌ها و خروجی‌ها قابل کنترل باشند ولی در واقعیت ممکن است وروودی‌ها و/یا خروجی‌های سیستم‌ها به عوامل محیطی و/یا عواملی که خارج از کنترل انسان می‌باشند وابسته باشند که این داده‌ها را داده‌های غیر قابل کنترل<sup>۹</sup> می‌نامند. برای نمونه باران یک وروودی برای ارزیابی مقدار کارایی بخش کشاورزی می‌باشد که تحت کنترل انسان نیست.

- کارایی پارتون کوپمن<sup>۴</sup>: یک واحد، کارایی قوی یا پارتون - کوپمن دارد اگر و تنها اگر بهبود هیچ ورودی و یا خروجی آن بدون بدتر شدن حداقل یکی از سایر مولفه های این واحد ممکن نباشد.

### ۳- مدل های کلاسیک DEA

برای ورود به بحث عوامل غیر قابل کنترل در DEA، نمادهای زیر را معرفی می کنیم. فرض می کنیم  $n$  واحد تصمیم گیری (DMU) داشته باشیم و  $x_{ij}$  ( $i=1,\dots,m$ ) ورودی ها و  $y_{rj}$  ( $r=1,\dots,s$ ) خروجی های  $DMU_j$  باشند ( $j=1,\dots,n$ ).

مدل CCR یکی از مدل های پایه ای DEA است که توسط چارنز، کوپر و رودز [۵]، بصورت زیر ارائه شده است و هدف آن تعیین حداقل صرفه جویی یکنواخت در تمام مولفه های ورودی است با این فرض که سطح خروجی ها کاهش نیابند. به بیان ریاضی، بدست آوردن  $(\theta x_0, y_0)$  مقدار ضریب انقباض  $\theta$  است به گونه ای که بردار  $(\theta x_0, y_0)$  در قرار داشته باشد.

$$\begin{aligned} \text{Min } & \theta \\ \text{s.t. } & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\ & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

مدل (1) مدل ورودی گرای CCR است زیرا هدف آن بهبود کارایی  $DMU_0$  با انقباض ورودی مصرفی است از  $x_0$  به  $\theta x_0$ .

**تعريف کارایی CCR:**  $DMU_0$  کارایی CCR است اگر و تنها اگر  $\theta^* = 1$ . در غیر اینصورت گوییم  $DMU_0$  تحت این مدل ناکارا است.

**تعريف مجموعه مرجع<sup>۱۰</sup>:** مجموعه مرجع  $E_0$  برای  $DMU_0$  بصورت زیر تعریف می شود که در آن  $\lambda_j^*$  مولفه  $j$ ام جواب بهینه  $\lambda$  از مدل

$$E_0 = \left\{ j \mid \lambda_j^* > 0; j = 1, \dots, n \right\} \quad (1)$$

بنکر، چارنز و کوپر در سال ۱۹۸۴ [۱۰] مدل ورودی گرای BCC را برای سیستم های تولید تحت بازده به مقیاس متغیر بصورت مدل (۲) را راه دادند:

$$\begin{aligned} \text{Min } & \theta \\ \text{s.t. } & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

- خروجی: خروجی عاملی است که در طی فرایند تولید، به وجود می آید.

داده های قابل کنترل: داده های قابل کنترل داده هایی هستند که تحت کنترل تصمیم گیرنده سیستم های تولید هستند و به عوامل محیطی وابسته نمی باشند.

داده های غیر قابل کنترل: داده های غیر قابل کنترل داده هایی هستند که خارج از کنترل تصمیم گیرنده سیستم های تولید هستند و به عوامل محیطی وابسته می باشند.

**کارایی:** کارایی یک DMU در فرم ساده، همان نسبت خروجی به ورودی است.

$$\text{ورودی/خروجی} = \text{کارایی}$$

بازده به مقیاس<sup>۱۱</sup>: بازده به مقیاس منعکس کننده نسبت تغییر در خروجی به ازای تغییر در میزان مصرف ورودی هاست. تعیین نوع ارتباط بین تغییرات ورودی ها و خروجی ها می تواند در ارزیابی DMU ها موثر باشد. در تحلیل پوششی داده ها نیز با استفاده از روش هایی می توان نوع بازده به مقیاس واحدهای کارایی تحت بررسی را تعیین کرد.

از این دیدگاه واحدهای تصمیم گیری کارا را می توان به سه دسته عمده تکیک نمود: بازده به مقیاس ثابت<sup>۱۲</sup> (CRS)، افزایشی (IRS) و کاهشی (DRS)، که برای اجتناب از اطاله بحث از ذکر جزئیات در این جا صرفنظر می شود (رجوع شود به [۲]).

**مجموعه امکان تولید<sup>۱۳</sup> (PPS):** مجموعه امکان تولید همان مجموعه ورودی ها و خروجی های قابل تولید بر حسب تکنولوژی معین است. معمولاً فرض می شود که ورودی ها و خروجی ها نا منفی باشند و حداقل یک مقدار مثبت بین ورودی ها و خروجی ها وجود داشته باشد. این مجموعه را با  $T$  نمایش می دهیم و اگر یک DMU روی مرز این مجموعه امکان تولید قرار داشته باشد آنگاه گوییم در این تکنولوژی نسبت به سایر واحدهای موجود کارا است.

با در نظر گرفتن مشاهدات اولیه به فرم  $(x_j, y_j) \in \mathcal{R}_+^{m+s}$  برای  $T_C = \{(x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \quad \& \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \quad \& \quad \lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n\}$ ، مجموعه امکان تولید با بازده به مقیاس ثابت که با  $T_C = \{(x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \quad \& \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \quad \& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \& \quad \lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n\}$  نشان داده می شود به شکل زیر قابل بیان است:

$$T_C = \left\{ (x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \quad \& \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \quad \& \quad \lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n \right\}$$

مجموعه امکان تولید با بازده به مقیاس متغیر<sup>۱۴</sup> (VRS) نیز که با  $T_V = \{(x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \quad \& \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \quad \& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \& \quad \lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n\}$  نشان داده می شود مجموعه ایست به بیان زیر:

$$T_V = \left\{ (x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \quad \& \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \quad \& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \& \quad \lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n \right\}$$

## ۴- مدل‌های DEA مرتبط با داده‌های غیر قابل کنترل

$$\begin{aligned}
 BM_{CRS} = & \text{Min } \theta \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \quad p = 1, \dots, q \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\
 & \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4}$$

رگریو [13] اعلام کرد اگر چه مدل بنکر و موری [11] اندازه کارایی را با برداشتن تأثیر مقادیر غیر قابل کنترل بر آن بطور دقیق‌تر تخمین می‌زند اما مجموعه مرجع را برای واحدهای تحت بررسی به اندازه کافی محدود نمی‌کند. پس نمی‌تواند اهمیت متغیرهای محیطی را بر روی تولید منعکس کند. درنتیجه، یک واحد کارایی با شرایط سخت ممکن است ناکارا قلمداد شود چون با واحدهای مقایسه می‌شود که در شرایط بسیار مطلوب‌تر از آن قرار گرفته‌اند. رگریو پیشنهاد داد که مجموعه مرجع واحد تحت بررسی باید شامل واحدهایی باشد که در یک محیط مشابه یا سختگیرانه‌تر عمل می‌کنند. به همین دلیل محدودیت زیر را در مدل پیشنهادیش گنجاند.

$$\begin{aligned}
 \lambda_j \geq 0, \forall j \in \{j \mid z_j \leq z_o\} \\
 \lambda_j = 0, \forall j \notin \{j \mid z_j \leq z_o\}
 \end{aligned}$$

با این محدودیت مضارب  $\lambda_j$  برای واحدهایی که از دیدگاه عوامل غیر قابل کنترل، در محیطی مساعدتر از واحد تحت بررسی فعالیت می‌کنند برابر با صفر در نظر گرفته شده است یعنی این واحدها نمی‌توانند عضوی از مجموعه مرجع باشند و در مقابل، مضارب  $\lambda_j$  برای واحدهایی که از این دیدگاه در محیط مشابه یا سخت گیرانه‌تری از واحد تحت بررسی فعالیت می‌کنند بزرگتر یا مساوی صفر در نظر گرفته شده است. این انتخاب بدان معنی است که مجموعه مرجع واحد تحت بررسی تنها می‌تواند شامل این واحدها باشد. رگریو [13] با توجه به توضیحات گفته شده مدل غیرخطی زیر را برای تکنولوژی با بازده به مقیاس متغیر ارائه داد:

$$\begin{aligned}
 LR_{VRS} = & \text{Min } \theta \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \\
 & \lambda_j \geq 0, \forall j \in \{j \mid z_j \leq z_o\} \\
 & \lambda_j = 0, \forall j \notin \{j \mid z_j \leq z_o\}
 \end{aligned} \tag{5}$$

همانطور که گفته شد در مسائل واقعی موارد متعددی از کاربردهای تحلیل پوششی داده‌ها را می‌توان نام برد که در آن برخی مولفه‌های ورودی/خروجی آنها تحت کنترل مدیر سیستم نمی‌باشند. در این موارد کاربرد مستقیم مدل‌های کلاسیک نظیر (1) یا (2) منطقی به نظر نمی‌رسد. ادامه بحث ارزیابی عملکرد در این سیستم‌ها برای پاسخ به پرسش ساده زیر شکل می‌گیرد: "چگونه می‌توان مولفه‌های قابل کنترل را بهبود بخشید ولی مولفه‌های غیر قابل کنترل را ثابت نگه داشت".

این بخش مدل‌هایی را معرفی می‌کند که توانایی بکار گیری داده‌های غیر قابل کنترل را برای پاسخ به این سوال دارد. برای ساده سازی و بدون از دست دادن کلیت، همه مدل‌های این بخش ورودی‌گرا و بدون خروجی‌های غیر قابل کنترل ارائه می‌شوند. قابل ذکر است که در مدل‌های این بخش  $x_{ij}$  ( $i=1, \dots, m$ ) ورودی‌های قابل کنترل و  $z_{pj}$  ( $p=1, \dots, q$ ) ورودی‌های غیر قابل کنترل  $DMU_j$  می‌باشند ( $j=1, \dots, n$ ).

بنکر و موری در سال ۱۹۸۶ [11] بیان کردند که برخی عوامل تأثیرگذار در عملکرد سیستم‌ها خارج از کنترل انسان می‌باشد. آن‌ها مدل (3) را برای تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر جهت در نظر گرفتن ورودی‌های غیر قابل کنترل ارائه داده‌اند. مدل فوق طوری طراحی شده است که ورودی‌های غیر قابل کنترل را بدون تغییر باقی می‌گذارد و بیشترین کاهش ممکن را برای ورودی‌های قابل کنترل در نظر می‌گیرد.

$$BM_{VRS} = \text{Min } \theta$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \quad p = 1, \dots, q \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3}$$

سیرجانی [14] برخی مدل‌های کاربردی برای داده‌های غیر قابل کنترل را تحت تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت و متغیر بصورت پایه‌ای و با ارائه اصول موضوعه آن‌ها، بررسی کرد و مدل BM تحت بازده به مقیاس ثابت را بصورت مدل (4) معرفی کرد. (علاقه مندان می‌توانند برای آشنایی با اصول موضوعه مدل‌ها به مقاله فوق رجوع کنند).

در مجموع، هر دو مدل (۶) و (۷)، واحد تحت بررسی را با واحدهایی که در محیط‌های ساده‌تری قرار دارند، مورد مقایسه قرار نمی‌دهند. البته با این تفاوت که مدل لاؤل - رگریو برخلاف مدل اصلی بنکر و موری (۷) که از مقیاس نمودن استفاده می‌کند، از یک راه مستقیم برای اصلاح مدل‌های رایج جهت بکارگیری داده‌های غیرقابل کنترل استفاده می‌کند.

## ۵- مطالعه موردي

در این بخش کارایی صنعت برق را با استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های تعیین شده زیر در سال‌های ۱۳۸۹-۱۳۸۶ بررسی می‌کنیم. کل صنعت برق را در طی هر یک از این سال‌ها، یک واحد تصمیم گیری در نظر گرفته ایم. بر مبنای اطلاعات قابل دسترس، مولفه‌های ورودی/خروجی انتخابی عبارتند از:

- ورودی قابل کنترل: میزان سوخت مصرفی نیروگاه‌های کشور
  - ورودی غیر قابل کنترل: ظرفیت عملی نیروگاه‌های کشور
  - خروجی قابل کنترل: تولید ناویژه انرژی برق
- می‌دانیم که ظرفیت عملی نیروگاه‌های کشور بیشترین توان قابل تولید مولد در محل نصب با در نظر گرفتن شرایط محیطی (ارتفاع از سطح دریا، دمای محیط و رطوبت نسبی) است. پس خارج از کنترل انسان است. به همین دلیل آن را ورودی غیر قابل کنترل در نظر می‌گیریم.

ورودی و خروجی‌های فوق در جدول شماره ۱ ارائه شده اند که این داده‌ها در سایت آمار صنعت برق <http://amar.tavanir.org.ir> قابل دسترس می‌باشند.

جدول (۱): داده‌های ۲۲ واحد در صنعت برق

تولید ناویژه انرژی برق (میلیون کیلووات ساعت)	ظرفیت عملی نیروگاه‌های کشور (مگاوات)	ارزش حرارتی سوخت‌های مصرفی (میلیون کیلو کالری)	سال
۴۸۷۲۵	۱۳۶۳۴	۱۱۳۴۸۳	۱۳۶۸
۵۴۸۹۶	۱۳۷۶۲	۱۳۵۹۵۱	۱۳۶۹
۵۹۷۱۰	۱۳۸۳۵	۱۴۴۹۶۴	۱۳۷۰
۶۳۹۸۲	۱۵۰۲۹	۱۵۰۷۱۸	۱۳۷۱
۷۱۳۳۵	۱۶۹۲۱	۱۷۱۳۹۸	۱۳۷۲
۷۷۰۸۶	۱۹۳۲۶	۱۸۲۸۶۶	۱۳۷۳
۸۰۰۴۴	۲۰۷۵۸	۱۹۴۵۷۷	۱۳۷۴
۸۵۸۲۵	۲۱۲۱۰	۲۰۵۷۳۷	۱۳۷۵
۹۲۳۱۰	۲۲۱۴۱	۲۲۴۱۲۸	۱۳۷۶
۹۷۸۶۲	۲۳۰۵۰	۲۳۲۶۷۷	۱۳۷۷
۱۰۷۲۰۷	۲۳۹۹۰	۲۴۸۱۷۹	۱۳۷۸
۱۱۸۴۴۱	۲۴۹۸۷	۲۷۸۱۰۲	۱۳۷۹

مدل فوق به علت شباهت با مدل لاؤل [۳]، به مدل لاؤل- رگریو معروف است.

مدل (۵) تحت بازده به مقیاس ثابت بصورت زیر نشان داده شده است:

$$LR_{CRS} = \text{Min } \theta$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\ & \lambda_j \geq 0, \forall j \in \{j | z_j \leq z_o\} \\ & \lambda_j = 0, \forall j \notin \{j | z_j \leq z_o\} \end{aligned} \quad (6)$$

با مراجعه مجدد به پیشینه بحث ذکر می‌کنیم که بنکر و موری در سال ۱۳۸۶ [۱۲] مدل زیر را برای بررسی متغیرهای قطعی که می‌توانند قابل کنترل یا غیر قابل کنترل باشند، تحت تکنولوژی با بازده به مقیاس ثابت ارائه دادند که بعداً به نام مدل اصلی بنکر و موری برای بکار بردن داده‌های غیر قابل کنترل شناخته شد. در این مدل ایده آن است که واحد تحت بررسی باید با واحدهای مقایسه شود که بطور متوسط عملکرد مشابهی با واحد تحت بررسی دارد.

$$BM_{CRS} = \text{Min } \theta$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad p = 1, \dots, q \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \end{aligned} \quad (7)$$

تفاوت این مدل با مدل (۴) در آن است که مضارب برای ورودی‌های غیر قابل کنترل بوسیله عبارت  $\lambda_j$  مقیاس می‌شوند. یعنی مجموع آن‌ها برای ورودی‌های غیر قابل کنترل برابر با یک در نظر گرفته می‌شود. به بیان ریاضی:

$$\lambda'_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \quad j = 1, \dots, n , \quad \sum_{j=1}^n \lambda'_j z_{pj} \leq z_{po} \quad p = 1, \dots, q$$

که برای حفظ خطی بودن مدل، محدودیت فوق بصورت زیر ارائه شده است:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad p = 1, \dots, q$$

۰/۹۲۹۲۴	۰/۹۲۹۲۴	۰/۹۳۳۴۰۵	۱۳۸۸
۰/۹۵۰۶۰۲	۰/۹۵۰۶۰۲	۰/۹۵۰۶۰۲	۱۳۸۹

همانطور که مشاهده می‌شود، مدل CCR دو سال ۸۲ و ۸۳ را بعنوان کاراترین واحدها تعیین می‌کند و ناکاراً ترین سال را سال ۶۹ اعلام کرده و به غیر از شش واحد با مقدار کارایی‌های بین ۰/۹۰ تا ۰/۹۰۵۰۶۰۲ تعیین کرده است. این مقدار کارایی سایر واحدها را بالای ۰/۹۰ تعیین کرده است. این مقدار کارایی‌ها به این معنی است که اگر ورودی‌های یک واحد تحت بررسی را با استفاده از یک ضریب انقباضی که همان مقدار کارایی آن است کاهش دهیم، واحد تحت بررسی با ورودی بدست آمده جدید و خروجی سابقش امکان پذیر خواهد بود.

برای مثال برای سال ۱۳۶۹ داریم:

$$\theta_{\text{۶۹}} = ۰/۸۷$$

$$x_1 = ۱۳۵۹۵۱, x_2 = ۱۳۷۶۲, y = ۵۴۸۹۶$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = ۱۱۸۲۷۷ \\ x_2 = ۱۱۹۷۲ \end{array} \right\} \text{ورودی‌های بهینه}$$

یعنی ( $x_1 = ۱۱۸۲۷۷, x_2 = ۱۱۹۷۲, y = ۵۴۸۹۶$ ) بعنوان مقدار بهینه ورودی‌های مصرفی و خروجی تولیدی سال ۶۸ در مقایسه با سایر سال‌ها در نظر گرفته می‌شود. همانطور که دیده می‌شود مدل CCR با کاهش هر دو ورودی مقدار کارایی نسبی واحد تحت بررسی را تعیین می‌کند.

در ستون سوم جدول ۲ کارایی‌های سال‌های ۶۸-۸۹ بدست آمده از مدل  $BM +_{CRS}$  را مشاهده می‌نمایید. این مدل دو سال ۶۸ و ۸۲ و ۸۲-۸۶ به عنوان کاراترین سال‌ها معرفی می‌کند. در مدل  $BM +_{CRS}$  با توجه به اینکه ضریب انقباضی فقط برای ورودی قابل کنترل در نظر گرفته شده است، سایر داده‌ها در مقدار بهینه ثابت می‌مانند. بعنوان مثال برای سال ۱۳۶۹ داریم:

$$\theta_{\text{۶۹}} = ۰/۹۳۸$$

$$x_1 = ۱۳۵۹۵۱, x_2 = ۱۳۷۶۲, y = ۵۴۸۹۶$$

$$x_1 = ۱۲۷۵۲۲ \quad \text{ورودی قابل کنترل بهینه}$$

یعنی ( $x_1 = ۱۲۷۵۲۲, x_2 = ۱۳۷۶۲, y = ۵۴۸۹۶$ ) بعنوان

مقدار بهینه ورودی‌های مصرفی و خروجی تولیدی سال ۶۹ در مقایسه با سایر سال‌ها با استفاده از مدل  $BM +_{CRS}$  می‌باشد.

مدل لاول-رگریو سال‌های ۶۸، ۷۸، ۸۱ و ۸۲ را بعنوان سال‌های کارا معرفی می‌کند. همانطور که مشاهده می‌شود سال‌های ۷۸ و ۸۱ در مدل  $BM +_{CRS}$  بترتیب مقدار کارایی ۰/۹۴ و ۰/۹۸ را دارند. همچنین داده‌های جدول ۲ نشان می‌دهد که مدل  $LR_{CRS}$  برای همه واحدها مقدار کارایی بیشتری نسبت به مدل  $BM +_{CRS}$  تخمین می‌زند. این

۱۲۷۱۶۹	۲۶۴۹۶	۲۹۵۱۱۴	۱۳۸۰
۱۳۷۸۱۴	۲۸۸۶۱.۱	۳۰۴۰۶۷	۱۳۸۱
۱۴۹۶۷۶	۳۱۲۹۴	۳۲۰۶۶۲	۱۳۸۲
۱۶۲۸۷۱	۳۳۸۰۲	۳۵۸۷۲۴	۱۳۸۳
۱۷۸۰۷۲	۳۷۲۲۹	۳۹۰۱۱۱	۱۳۸۴
۱۹۲۵۳۴	۴۰۹۸۴	۴۲۲۹۹۲	۱۳۸۵
۲۰۳۹۸۱	۴۴۵۸۲	۴۴۶۰۵۹	۱۳۸۶
۲۱۴۲۸۰	۴۷۵۹۰	۴۹۹۹۰۲	۱۳۸۷
۲۲۱۳۱۴	۴۹۵۱۵	۵۱۰۲۴۲	۱۳۸۸
۲۳۲۹۹۴	۵۴۰۷۰	۵۲۵۰۹۹	۱۳۸۹

داده‌های بدست آمده از اجرای مدل CCR بافرض اینکه میزان سوخت مصرفی نیروگاه‌های کشور و ظرفیت عملی نیروگاه‌های کشور هر دو ورودی‌های قابل کنترل باشند در ستون دوم و داده‌های بدست آمده از دو مدل  $LR_{CRS}$  و  $BM +_{CRS}$  در دو ستون آخر جدول شماره ۲ ارائه شده اند که نشان‌دهنده عملکرد وزارت نیرو در صنعت برق در سال-های ۶۸-۸۹ می‌باشد.

جدول (۱): کارایی‌های بدست آمده

سال	مدل CCR	مدل $BM +_{CRS}$	مدل $LR_{CRS}$
۱۳۶۸	۰/۹۱۹۸۴۹	۱	۱
۱۳۶۹	۰/۸۶۵۰۷۵	۰/۹۳۸۸	۰/۹۴۰۴۵۲۳
۱۳۷۰	۰/۸۹۸۱۴	۰/۹۵۹۳۲۵	۰/۹۵۹۳۲۵
۱۳۷۱	۰/۹۰۹۴۶۹	۰/۹۷۲۱۹۱	۰/۹۸۸۷۱۶
۱۳۷۲	۰/۸۱۶۴۶	۰/۹۳۷۲۸	۰/۹۶۹۳۳۹
۱۳۷۳	۰/۹۰۳۱۰۴	۰/۹۳۵۰۸	۰/۹۸۱۷۹۷
۱۳۷۴	۰/۸۸۱۳۱۸	۰/۹۰۶۲۷۵	۰/۹۵۸۱۱۲
۱۳۷۵	۰/۸۹۳۷۱	۰/۹۱۷۲۵۲	۰/۹۷۱۵۸۴
۱۳۷۶	۰/۸۸۲۳۶۴	۰/۹۰۲۳۰۸	۰/۹۵۹۲۵
۱۳۷۷	۰/۹۰۱۰۶۵	۰/۹۱۸۴۷۹	۰/۹۷۹۵۷۹
۱۳۷۸	۰/۹۳۲۴۷۳	۰/۹۴۰۵۰۹	۱
۱۳۷۹	۰/۹۸۳۷۵۴	۰/۹۲۴۵۹۳	۰/۹۸۵۹۱۶
۱۳۸۰	۰/۹۹۶۰۹۲	۰/۹۳۱۸۹۲	۰/۹۹۷۵۴۷
۱۳۸۱	۰/۹۹۲۵۵۱	۰/۹۷۵۱۸۳	۱
۱۳۸۲	۱	۱	۱
۱۳۸۳	۱	۰/۹۷۲۶۹۹	۰/۹۷۲۶۹۹
۱۳۸۴	۰/۹۹۵۱۶	۰/۹۷۷۹۱۹	۰/۹۷۷۹۱۹
۱۳۸۵	۰/۹۸۰۷۳	۰/۹۷۵۱۴۸	۰/۹۷۵۱۴۸
۱۳۸۶	۰/۹۷۹۶۹۹	۰/۹۷۹۶۹۹	۰/۹۷۹۶۹۹
۱۳۸۷	۰/۹۳۶۵۰۸	۰/۹۱۸۳۱۶	۰/۹۱۸۳۱۶

- Envelopment Analysis”, *Management Sience*, Vol. 30, pp. 1078-1092, 1984.
- [11] Banker, RD., Morey, RC., “Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs”, *Operations Research*, Vol. 34, No. 4, pp. 513-521, 1986.
- [12] Banker, RD., Morey, RC., “The use of categorical variables in data envelopment analysis”, *Management Science*, Vol. 32, No. 12, pp. 1613-1627, 1986.
- [13] Ruggiero, J., “On the measurement of technical efficiency in the public sector”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 90, pp. 553-565, 1996.
- [14] Syrjanen, MJ., “Non-discretionary and discretionary factors and scale in data envelopment analysis”, *European journal of operational research*, Vol. 158, pp. 20-33, 2004.

مدل نیز ضریب انقباضی را فقط برای ورودی‌های قابل کنترل دارد. پس برای سال ۱۳۶۹ داریم:

$$\theta_{\text{ex}} = 0.94$$

$$x_1 = 135951, x_2 = 13762, y = 54896$$

ورودی قابل کنترل بهینه

يعني مدل  $LR_{CRS}$  مقدار بهینه ورودی‌های مصرفی و خروجی تولیدی سال ۶۹ را بصورت زیر در مقایسه با سایر سال‌ها ارائه می‌دهد.

$$(x_1 = 127793, x_2 = 13762, y = 54896)$$

## زیرنویس‌ها

- <sup>1</sup> Data envelopment analysis
- <sup>2</sup> Non-parametric
- <sup>3</sup> Decision making units
- <sup>4</sup> Inputs
- <sup>5</sup> Outputs
- <sup>6</sup> Efficiency
- <sup>7</sup> Charnes, Cooper, Rhodes
- <sup>8</sup> Non-controllable (Non-discretionary)
- <sup>9</sup> Banker, Charnes, Cooper
- <sup>10</sup> Returns to scale
- <sup>11</sup> Constant returns to scale
- <sup>12</sup> Production possibility set
- <sup>13</sup> Variable returns to scale
- <sup>14</sup> Pareto-Koopmans efficiency
- <sup>15</sup> Reference set

## ۶- نتیجه

در سال‌های اخیر مدل‌های متعددی برای بکار بردن داده‌های غیرقابل کنترل ارائه شده است. از جمله این مدل‌ها می‌توان مدل بنکر و موری [12] و مدل لاؤل-رگریو [13] را نام برد که در این مقاله به آن‌ها اشاره و در مورد آن‌ها بحث شد. همچنین با توجه به اینکه صنعت برق از مهمترین صنایع هر کشور در پیشرفت آن کشور است، کارایی صنعت برق کشور را در سال‌های ۸۹-۶۸ با استفاده از مدل‌های فوق و داده‌های معین بررسی کردیم.

## مراجع

- [۱] عزیزی، رزا، ارزیابی عملکرد سیستم‌های تولید با پردازش سری و موازی: *DEA* با ساختار شبکه، کارشناسی ارشد، ۱۱۱، ۱۳۸۸.
- [2] Cooper, WW., Seiford, LM., Tone, k., “Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software”, second edition *Springer-Verlag New York, Inc, 2006*.
- [3] Lovell, CAK., “Linear programming approaches to the measurement and analysis of productive efficiency”, *TOP* 2, 175-248, 1994.
- [4] Farrell, MJ., “The Measurement of Productive Efficiency”, *Journal of Royal Statistical Society*, Vol. 120, No. 3, pp. 253-281, 1957.
- [5] Charnes, A., Cooper, WW., Rhodes, E., “Measuring the efficiency of decision making units”, *European journal of operational research*, Vol. 2, No. 4, pp. 429 – 444, 1978.
- [6] Liu, CH., Lin, SJ., Lewis, C., “Evaluation of thermal power plant operational performance in Taiwan by data envelopment analysis”, *Energy policy*, Vol. 28, No. 2, pp. 1049-1058, 2009.
- [7] Sozen, A., Alp, I., Ozdemir, A., “Evaluation of thermal power plant operational performance in Taiwan by data envelopment analysis”, *Energy policy*, Vol. 38, No. 10, pp. 6194-6203, 2010.
- [8] Sueyoshi, T., Goto, M., “Returns to scale vs. damages to scale in data envelopment analysis: An impact of U.S. clean air act on coal-fired power plants”, *Omega*, In Press, Corrected Proof, Available online 14 February 2012.
- [9] Sarica, K., Or, I., “Efficiency assessment of Turkish power plants using data envelopment analysis”, *Energy*, Vol. 32, No. 8, pp. 1484-1499, 2007.
- [10] Banker, RD., Charnes, A., Cooper, WW., “Models for Estimation of Technical and Scale Inefficiencies in Data