**Iranian Electric Industry Journal**
**Quality & Productivity**
**P.P 40-47**

**Vol. 11/ No. 3/ Fall 2022**
**ISSN 2322-2344**
**EISSN 2717-1639**

# An Analytical Method to Calculate COPT for Distributed Generation Units with the Same Capacity

Farzaneh.Askari [1], Javad.zohrevand [2]
[1] Department Electrical and Computer Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran
Faskari@tvu.ac.ir
[2.] Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran
J.zohrevand@eng.basu.ac.ir

## Abstract
**Distributed Generation (DG) has a various effect on distribution networks such as reducing the losses, improving the voltage profile, reliability and etc. Also these units can affect other levels of power system like as reducing transmission lines congestion and post ponding generation expansion programs, these units change the HLI reliability indices, these indices describe the risk of load shading due to outages in the generation system. Forming a capacity outage probability table (COPT) is the classic way to calculate these reliability indices. Due to the fact that the number of installed DGs in a power system is much greater than the number of conventional units, COPT will have numerous rows, hence the burden of the calculating process of it will be huge. Fortunately, as the high possibility to categorize the installed DGs in the group with the same capacity and different force outage rates (FORs), this paper purposes an analytical method to reduce COPT states and accelerate its calculating process.**

## Keywords
**Power system reliability, Hierarchical Level I, Distributed Generation, COPT**

Submit date: 2022/02/03
Accepted date: 2022/08/17

Corresponding author Name: Farzaneh Askari
Corresponding author address: Department Electrical and Computer Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran

[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]

[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

**Iranian Electric Industry Journal**
**Quality & Productivity**
**ص.ص ۴۷-۴۰**

**Vol. 11 / No. 3/ Fall 2022**
**ISSN 2322-2344**
**EISSN 2717-1639**

# ارائه روشی تحلیلی جهت محاسبه جدول احتمال خروج ظرفیت (COPT) برای گروهی از واحدهای تولید پراکنده هم‌ظرفیت

**نوع مطالعه: پژوهشی**

فرزانه عسکری [۱]، جواد زهره‌وند [۲]
۱- دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران
Faskari@tvu.ac.ir
۲- دانشکده فنی و مهندسی- گروه مهندسی برق- دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران
J.zohrevand@eng.basu.ac.ir

**چکیده: نصب منابع تولید پراکنده (DG) در شبکه توزیع علاوه بر اثراتی مانند کاهش تلفات شبکه، بهبود پروفیل ولتاژ، افزایش قابلیت اطمینان و... که بر شبکه توزیع دارند، در سطوح بالاتر نیز می‌تواند موجب تاثیراتی همچون کاهش تراکم خطوط انتقال و همچنین تعویق توسعه نیروگاه‌ها گردد. با افزایش ضریب نفوذ این واحدها در شبکه، قابلیت اطمینان سطح تولید نیز بطور غیرمستقیم تحت تاثیر قرار خواهد گرفت. شاخص‌های قابلیت اطمینان سطح سلسه مراتبی اول[۱]، HLI، توصیفگر ریسک و احتمال بروز خاموشی در اثر خروج واحدهای تولیدی است. یکی از راه‌های محاسبه این شاخص‌ها، تشکیل جدول احتمال خروج ظرفیت[۲]، COPT، است. از آنجا که مجموع تعداد واحدهای تولید پراکنده نصب شده در شبکه توزیع نسبت به تعداد واحدهای تولید متمرکز نیروگاهی بسیار بیشتر است، این امر باعث افزایش بسیار زیاد حجم محاسبات این جدول به دلیل افزایش تعداد حالت‌های آن می‌شود. اما در این مقاله با بهره‌گیری از این واقعیت که واحدهای تولید پراکنده موجود در شبکه را می‌توان در گروه‌هایی با ظرفیت یکسان و نرخ خروج اجباری[۳]، FOR، متفاوت دسته‌بندی کرد، راهکاری برای کاهش تعداد حالت‌های جدول COPT و الگوریتمی جهت تسریع محاسبه این جدول ارائه شده است.**

**کلمات کلیدی- قابلیت اطمینان سیستم قدرت، سطح سلسه مراتبی اول، تولید پراکنده، جدول احتمال خروج ظرفیت، COPT**

**تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۱۳**

**تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۸/۱**

نام نویسنده‌ی مسئول : فرزانه عسکری

نشانی نویسنده‌ی مسئول : دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران

[1] Hierarchical Level I
[2] Capacity Outage Probability Table
[3] Force Out Rated age



[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]
[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

## ۱- مقدمه

افزایش نصب منابع تولید پراکنده و ذخیره‌سازها طی دو دهه اخیر در شبکه قدرت، مهندسین این حوزه را با چالش‌های جدیدی روبرو نموده است. از جمله این چالش‌ها می‌توان به بروز تغییرات در تلفات شبکه، پروفیل ولتاژ، هماهنگی حفاظتی رله‌ها و نیز قابلیت اطمینان شبکه قدرت اشاره نمود (S. Ahmad et al., 2017; W. Ahmad et al., 2020). یکی از مهترین اثرات تولید پراکنده بر شبکه قدرت، تاثیر بر شاخص‌های قابلیت اطمینان شبکه می‌باشد. تاثیرات این تکنولوژی، بر قابلیت اطمینان شبکه در سطح توزیع در مقالات مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است (S. Ahmad et al., 2017; Das, 2013; Falaghi & Haghifam, 2005; López-Prado et al., n.d.; Ngaopitakkul & Jettanasen, 2017). اما تاثیر این واحدهای تولیدی مقیاس کوچک تنها محدود به شبکه توزیع نبوده و با افزایش تعداد آن‌ها اثرات وجود چنین منابعی بر قابلیت اطمینان سطوح HLI و HLII نیز محسوس می‌گردد.

تاکنون رهیافت‌های مختلفی جهت بررسی اثر این تولیدات بر کفایت سیستم قدرت مورد استفاده‌ی محققین قرار گرفته است. در برخی تحقیقات با صرف نظر از نرخ خروج اجباری واحدهای تولید پراکنده اثر این واحدها به صورت یک بار منفی مدل شده است (S. Ahmad et al., 2017). اما این شیوه‌ی مدلسازی به دلیل فرض پیش‌گفته و نیز کاهش صوری میزان بار از دست رفته در صورت عدم عملکرد DG به صورت جزیره‌ای، شاخص‌های قابلیت اطمینان را به صورت خوشبینانه و بهتر از مقادیر حقیقی ارزیابی می‌نماید، (Brown & Freeman, 2001) زیرا در مدل بار منفی در صورت جدا شدن مجموعه DG و بار تغذیه شده توسط آن از شبکه بالادستی، امکان تغذیه بار مزبور توسط DG نیز از بین می‌رود، در حالی که مدل بار منفی، آن بار را در هر شرایطی تغذیه شده فرض می‌نماید. این در حالی است که در سایر تحقیقات علاوه بر نرخ خروج اجباری واحد تولیدی، میزان تولید احتمالی واحدهای تجدیدپذیر نیز مدلسازی شده است.

مهمترین روش مدلسازی ماهیت تصادفی میزان تولید واحدها، استفاده از روش خوشه‌بندی Fuzzy C-mean یا به اختصار FCM است. این روش برای ایجاد یک مدل قابلیت اطمینان از یک مزرعه بادی دارای ژنراتورهای بادی DFIG استفاده شده است (Ghaedi et al., 2014). بدین منظور روش FCM جهت تعیین چند حالت کاهش‌یافته[4] حد فاصل تولید کامل تا توقف کامل واحد به کار رفته است. همین روش در تحقیقات دیگر برای تعیین سطوح مختلف کاهش‌یافته تولید یک نیروگاه جزر و مدی استفاده شده است (Ghaedi & Mirzadeh, 2020; mirzadeh et al., 2020). در برخی مطالعات علاوه بر ماهیت تصادفی میزان تولید واحد که ناشی از اختلاف ارتفاع امواج است، اثرات این فاکتور بر نرخ خروج اجباری اجزای واحد نیز مورد بررسی قرار گرفته است (Ghaedi & Mirzadeh, 2020). همین رهیافت در (Nasiriani et al., 2020) جهت استخراج یک مدل قابلیت اطمینان برای نیروگاه‌های OTEC[5] به منظور برنامه‌ریزی رزرو چرخان شبکه قدرت به کار رفته است. در (Mareddy et al., 2014) با بهره‌گیری از نرم‌افزار Data synthesizer و با استفاده از داده‌های رژیم بادی ثبت شده در یک منطقه و بکارگیری مدل مارکوف، میزان ساعت به ساعت خروجی یک واحد بادی بصورت سری زمانی تولید شده و در نهایت با استفاده از FCM یک مدل قابلیت اطمینان چند سطحی برای خروجی توربین ایجاد گردیده است.

همچنین در برخی مقالات روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو[6]، MCS ، و نیز سایر روش‌های عددی از جمله تکنیک کاهش واریانس برای بررسی قابلیت اطمینان سطح تولید در حضور منابع تولید پراکنده مورد استفاده و مقایسه قرار گرفته است (Ali Kadhem et al., 2017). مزیت روش‌های عددی امکان مدلسازی هرگونه عدم قطعیت و پیچیدگی ذاتی شبکه قدرت می‌باشد، اما این مزیت منجر به افزایش شدید حجم محاسبات خواهد شد. در (Shu & Jirutitijaroen, 2011) با بهره‌گیری از روش LHS[7] ، روشی تحلیلی جایگزین روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو شده است. اما با وجود افزایش سرعت محاسبات، این مقاله نشان داده است که روش مذکور برای ارزیابی پراکندگی شاخص‌های قابلیت اطمینان کارایی لازم را ندارد. همچنین (W. Ahmad et al., 2020) از یک روش نوین دیگر به نام HOL theorem proving برای ارزیابی قابلیت اطمینان استفاده کرده است و نتایج کار را در شبکه‌ای یکسان، با نتایج حاصل از روش‌های عددی MCS و متغیرهای شبه احتمالاتی قیاس نموده است.

در مطالعات قدیمی‌تر مانند (Dobakhshari & Fotuhi-Firuzabad, 2009) جهت ارزیابی بلندمدت قابلیت اطمینان شبکه قدرت، روشی تحلیلی بر مبنای فرکانس و مدت زمان وقوع خاموشی جهت تبدیل مدل یک مزرعه بادی به مدل یک نیروگاه چندسطحی به کار رفته است. با این وجود پیاده‌سازی اکثر این روش‌ها با افزایش تعداد واحدها نیازمند محاسباتی حجیم و زمان‌گیر است. زیرا با افزایش

[4] Derate
[5] Ocean Thermal Energy Conversion
[6] Mont Carlo Simulation
[7] Latin Hypercube Sampling



[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]
[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

تعداد واحدهای تولید پراکنده تعداد حالت‌های قابل احصای تولید در شبکه به صورت نجومی بالا رفته و این امر حجم محاسبات را به طرز چشمگیری افزایش می‌دهد. همچنین مدلسازی واحدهای تجدیدپذیر به صورت چند سطحی این مشکل را دوچندان می‌نماید.

در (Ahadi et al., 2017) از مفهوم ظرفیت معادل و ضریب ظرفیت، برای مدلسازی اثر عدم قطعیت بر میزان قابل دسترس توان تولیدی واحدهای تجدیدپذیراستفاده شده است. استفاده از این ضریب ما را از محاسبات مربوط به سرعت باد، میزان تابش خورشید، اختلاف دمای سطح و عمق آب دریا، شدت امواج و ... بی‌نیاز کرده به ما کمک می‌کند تا بر تسریع محاسبات COPT و کاهش تعداد حالت‌های آن متمرکز شویم. در عین حال نرخ خروج اجباری این واحدها به طور مشابه با واحدهای تولید متمرکز قابل مدلسازی است. در مقاله حاضر نیز همین روش برای مدلسازی ظرفیت در دسترس و نرخ خروج اجباری واحدهای تولید پراکنده در نظر گرفته شده است و هر جا که کلمه ظرفیت برای واحدهای تجدیدپذیر به کار رفته است، منظور همان ظرفیت معادل واحد می‌باشد. ضریب ظرفیت برای واحدهای بادی و خورشیدی به ترتیب برابر با ۵۰/۶٪ و ۲۸٪ در نظر گرفته شده است (Ahadi & Liang, 2018).

در مطالعات سطح HLI، شبکه قدرت به صورت یک سیستم متشکل از واحدهای تولیدی مختلف متصل به یک شینه واحد مدل می‌شود که مجموعه مصرف مشترکین شبکه نیز به صورت یک بار یکتا به همان شینه وصل است سپس برای محاسبه شاخص‌های قابلیت اطمینان شبکه، جدول احتمال خروج ظرفیت، COPT، تشکیل می‌گردد (Billinton & Allan, 1996). با وجود این ساده‌سازی و حتی با فرض وضعیت عملکردی دو حالته‌ی، تولید کامل یا عدم تولید، باز هم با افزایش تعداد واحدهای تولید پراکنده در شبکه، حجم محاسبات COPT بسیار زیاد خواهد شد.

بسیاری از واحدهای تولید پراکنده در سطح کشوری بصورت سری خریداری شده و در مزارع تولیدی نصب می‌شوند. بدیهی است که ظرفیت تمامی و یا حداقل تعداد قابل توجهی از این واحدها با یکدیگر مساوی است. اما در عین حال نرخ خرابی هر واحد می تواند در اثر شرایط محیطی و جغرافیایی متفاوت و یا بروز حوادث و آسیب‌های مختلف، متفاوت از سایر دستگاه‌های مشابه موجود در مزرعه و یا سایر مزارع کشور باشد، بدین ترتیب تعدادی واحد هم ظرفیت با نرخ خروج اجباری متفاوت در شبکه وجود خواهد داشت. در این مقاله با بهره‌گیری از این واقعیت، کلیه واحدهای دارای تولید یکسان و با نرخ‌های خروج اجباری متفاوت که در یک دسته قرار دارند، به صورت یک واحد چند سطحی مدل خواهند شد و الگوریتمی برای تسریع در محاسبات COPT برای این مدل ارائه خواهد گردید.

برای فائق آمدن بر مشکلات محاسباتی ناشی از تعداد زیاد حالت‌های جدول COPT می‌توان از روش‌های مختلفی اشاره نمود که می‌توان از این روش‌ها به تقریب توزیع گسسته توسط توزیع پیوسته اشاره نمود. همچنین روش‌هایی برای کاهش ابعاد جدول COPT هنگامی که تعداد $n$ واحد که هم از نظر ظرفیت تولید و هم از نظر نرخ خروج اجباری کاملاً متشابهند وجود دارد که در (Billinton & Allan, 1996) روشی مبتنی بر استفاده از توزیع دو جمله‌ای برای محاسبه احتمال وقوع سطحی از خروج ظرفیت در این حالت بیان شده است. اما به طور معمول نمی‌توان در شبکه تعداد زیادی واحد تولیدی را که از هر دو لحاظ با یکدیگر متشابه باشند، شناسایی نمود. بدین ترتیب با اندکی تغییرات در این روش، می‌توان از آن در تقلیل محاسبات در حالتی که فقط ظرفیت تولید تعدادی از واحدها با یکدیگر برابر باشد، بهره گرفت. بدین منظور باید واحدهای تولید پراکنده را در چندین گروه دسته‌بندی نمود و در هر گروه واحدهایی قرار خواهند گرفت که ظرفیتی یکسان داشته باشند. اما هیچ الزامی در یکسان بودن نرخ خروج اجباری واحدهای یک گروه وجود ندارد. مزیت دسته‌بندی واحدها در گروه‌هایی با ظرفیت یکسان در این است که با این کار تعداد حالت‌های مدل ظرفیت از $n^2$ حالت به $n+1$ حالت تقلیل می‌یابد. بدین ترتیب $n$ واحد تولیدی با خروجی دو سطحی به یک واحد تولیدی با خروجی $n+1$ سطحی تبدیل می‌شوند. در این حالت می‌توان احتمال خروج ظرفیت را برای هر دسته از واحدهای هم ظرفیت به طور جداگانه با استفاده از یک روش تحلیلی به سادگی با حجم محاسبات بسیار کم به دست آورد.

## ۲- روش پیشنهادی

با فرض اینکه تعداد کل واحدها برابر $n$ واحد و ظرفیت هر یک از آن‌ها برابر با $C$ مگاوات باشد، مدل ظرفیت این واحدها همانند جدول ۱ خواهد بود.

جدول (۱): احتمال خروج ظرفیت برای $n$ واحد هم ظرفیت

| حالت | ظرفیت خارج شده | احتمال وقوع حالت |
|---|---|---|
| 0 | 0 | P(0) |
| 1 | C | P(1) |
| 2 | 2C | P(2) |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |
| n | nC | P(n) |

برای محاسبه احتمال وقوع هر حالت، در ابتدا وقوع حالت صفر که معادل عدم خروج هیچ یک از واحدهای نیروگاهی است، محاسبه می‌شود. با توجه به این که در این وضعیت تمام نیروگاه‌ها در مدار هستند، خواهیم داشت:

$$P(0) = (1-q_1)(1-q_2)...(1-q_{n-1})(1-q_n) = \prod_{i=1}(1-q_i) \quad (1)$$



[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]

[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

که در رابطه فوق $q_i$ نشان دهنده نرخ خروج اجباری واحد $i$ام و $(1-q_i)$ نشان دهنده احتمال کارکرد آن واحد است. در ادامه P(1) یا احتمال خروج یکی از واحدهای نیروگاهی که معادل از دست رفتن ظرفیتی برابر با C مگاوات است، محاسبه خواهد شد. از آنجا که ممکن است هر یک از واحدها از مدار خارج شده باشد و نیز با توجه به اینکه احتمال خروج هر یک از واحدها مستقل و متفاوت از سایر واحدهاست، باید احتمال خروج مستقل هر یک از واحدها به شرط عدم خروج سایر واحدها محاسبه و نتایج با یکدیگر جمع گردد:

$$\begin{aligned} P(1) &= [q_1(1-q_2)...(1-q_n)] \\ &+ [(1-q_1)q_2...(1-q_n)] \\ &+ ... + [(1-q_1)(1-q_2)...q_n] \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} P(1) &= [\frac{q_1}{1-q_1} \times (1-q_1) \times (1-q_2)...(1-q_n)] \\ &+ [(1-q_1) \times \frac{q_2}{(1-q_2)} \times (1-q_2)...(1-q_n)] \\ &+ ... + [(1-q_1)(1-q_2)...(1-q_n) \times \frac{q_n}{1-q_n}] \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} P(1) &= [\frac{q_1}{1-q_1} + \frac{q_2}{(1-q_2)} + ... + \frac{q_n}{1-q_n}] \\ &\times [(1-q_1)(1-q_2)...(1-q_n)] \\ &= \left( \sum_{i=1}^{n} \frac{q_n}{1-q_n} \right) \times \left( \prod_{j=1}^{n} (1-q_i) \right) \end{aligned} \quad (۴)$$

با فرض:

$$Q(i) = \frac{q_i}{1-q_i} \quad (۵)$$

با توجه به روابط (۱)، (۴) و (۵) خواهیم داشت:

$$P(1) = P(0) \times \sum_{i=1}^{n} Q_i \quad (۶)$$

بدین ترتیب احتمال خروج تنها یک واحد از $n$ واحد با استفاده از رابطه (۶) به دست آمده و می‌توان برای محاسبه احتمال خروج بیش از یک واحد تولیدی نیز از روند مشابهی پیروی نمود:

$$\begin{aligned} P(2) &= [\frac{q_1}{1-q_1} \times \frac{q_2}{1-q_2} \times (1-q_1)...(1-q_n)] \\ &+ [\frac{q_1}{1-q_1} \times \frac{q_3}{1-q_3} \times (1-q_1)...(1-q_n)] \\ &... \\ &+ [\frac{q_1}{1-q_1} \times \frac{q_n}{1-q_n} \times (1-q_1)...(1-q_n)] \\ &+ [\frac{q_2}{1-q_2} \times \frac{q_3}{1-q_3} \times (1-q_1)...(1-q_n)] \\ &+ ... \end{aligned} \quad (۷)$$

$$\begin{aligned} P(2) &= \left( \sum_{i1=1}^{n-1} \sum_{i2=i1+1}^{n} \frac{q_{i1}}{1-q_{i1}} + \frac{q_{i2}}{(1-q_{i2})} \right) \\ &\times \left( \prod_{j=1}^{n} (1-q_i) \right) \end{aligned} \quad (۸)$$

$$P(2) = P(0) \times \sum_{i_1=1}^{n-1} \sum_{i_2=i_1+1}^{n} Q_{i_1} Q_{i_2} \quad (۹)$$

لذا می‌توان گفت به طور کلی احتمال خروج $k$ واحد نیروگاهی که منجر به از دست رفتن $kC$ مگاوات از ظرفیت نصب شده در شبکه خواهد شد از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$P(k) = P(0) \times \sum_{i_1=1}^{n-k+1} \sum_{i_2=i_1+1}^{n-k+2} ... \sum_{i_k=i_{k-1}+1}^{n} Q_{i_1} Q_{i_2} ... Q_{i_k} \quad (۱۰)$$

معادلات (۱) تا (۱۰) در جدول (۲) که معادل جدول احتمال خروج ظرفیت برای $n$ واحد هم‌ظرفیت دارای نرخ‌های خروج اجباری متفاوت است، آمده است.

جدول (۲): احتمال خروج ظرفیت برای $n$ واحد تولیدی هم ظرفیت دارای نرخ‌های خروج اجباری متفاوت

| ظرفیت خارج شده | احتمال وقوع |
|---|---|
| $0$ | $P(0) = \prod_{i=1} (1-q_i)$ |
| $C$ | $P(1) = P(0) \times \sum_{i=1}^{n} Q_i$ |
| $2C$ | $P(2) = P(0) \times \sum_{i_1=1}^{n-1} \sum_{i_2=i_1+1}^{n} Q_{i_1} Q_{i_2}$ |
| . | . |
| . | . |
| . | . |

[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]

[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

| | |
|---|---|
| $nC$ | $P(k)=P(0)\times\sum_{i_1=1}^{n-k+1}\sum_{i_2=i_1+1}^{n-k+2}\cdots\sum_{i_k=i_{k-1}+1}^{n}Q_{i_1}Q_{i_2}..Q_{i_k}$ |

مشاهده می‌شود عبارت $P(0)$ که نشان‌دهنده احتمال حضور همه نیروگاه‌ها در مدار است، در تمامی $P(k)$ ها وجود دارد. لذا برای سادگی کار $P'(k)$ مستقل از $P(0)$ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$P'(k)=\frac{P(k)}{P(0)} \qquad (۱۱)$$

$$P'(k)=\sum_{i_1=1}^{n-k+1}\sum_{i_2=i_1+1}^{n-k+2}\cdots\sum_{i_k=i_{k-1}+1}^{n}Q_{i_1}Q_{i_2}..Q_{i_k} \qquad (۱۲)$$

جهت محاسبه $P'(k)$ ، علاوه بر پیچیدگی فراوان، زمان محاسبات فراوانی نیز مورد نیاز می‌باشد، زیرا تعداد زیادی عملیات ضرب و جمع باید صورت گیرد. می‌توان نشان داد به ازای هر k ، باید به تعداد مشخص شده در جدول (۳) عملیات جمع و ضرب انجام شود.

همانطور که مشاهده می‌شود به علت وجود عوامل نمایی در عبارات مذکور، محاسبات بسیار زیاد و زمان‌بر خواهد شد. در این مقاله برای حل این مشکل روشی ابتکاری به کار گرفته شده است. که مزیّت آن در مقایسه با روش محاسبه مستقیم حجم بسیار کمتر محاسبات آن است. برای تشریح بهتر روش پیشنهادی، ضمن تغییر از $P(k)$ به $P'(k)$ مطابق معادله (۱۱)، و با بسط هر یک از عبارات جدول (۲) برای حالت خاص $n=5$، جدول (۴) به دست آمده است.

با دقت در جدول (۴) مشاهده می‌شود که برای محاسبه هر $P'(k)$ فاکتورهایی مورد نیاز است که در مرحله قبل به منظور به دست آوردن $P'(k-1)$ به دست آمده‌اند. برای مثال جهت محاسبه $P'(3)$، فاکتور $Q_2Q_3$ مورد نیاز است که این فاکتور در مرحله قبل و هنگام محاسبه $P'(2)$ به دست آمده است، بنابراین نیازی به محاسبه مجدد آن نیست. بر همین اساس برای محاسبه احتمالات فوق، جدولی مانند جدول (۵) تشکیل می‌گردد. جدول (۵) دارای $n^2$ سطر است که هر دو سطر مربوط به محاسبات یک $P'(k)$ می‌باشند. سطرهای فرد نشان‌دهنده فاکتورهای ضربی در $P'(k)$ و سطور زوج نماینده فاکتورهای جمع شونده در آن است. برای پر کردن جدول، در اولین مرحله پس از قراردادن عدد صفر در اولین خانه از اولین سطر جدول، می‌بایستی مقادیر $Q_n$ تا $Q_1$ را در سطر اول جدول قرار داد.

جدول (۳): حجم محاسبات جدول COPT

| عملیات | تعداد |
|---|---|
| *تعداد عملیات جمع* | $\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}-1=2^n-n-1$ |
| *تعداد عملیات ضرب* | $\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}(k-1)=(n-2)\times 2^n+1$ |

جدول (۴): جزئیات محاسباتی جدول خروج ظرفیت
برای پنج واحد تولیدی هم ظرفیت

| ظرفیت خارج شده | $P'(k)$ |
|---|---|
| *0* | 1 |
| *C* | $1\times[Q_1+Q_2+Q_3+Q_4+Q_5]$ |
| *2C* | $Q_1\times[Q_2+Q_3+Q_4+Q_5]+$<br>$Q_2\times[Q_3+Q_4+Q_5]+$<br>$Q_3\times[Q_4+Q_5]+$<br>$Q_4\times[Q_5]$ |
| *3C* | $Q_1\times[Q_2Q_3+Q_2Q_4+Q_2Q_5+Q_3Q_4+Q_3Q_5+Q_4Q_5]+$<br>$Q_2\times[Q_3Q_4+Q_3Q_5+Q_4Q_5]+$<br>$Q_3\times[Q_4Q_5]$ |
| *4C* | $Q_1\times[Q_2Q_3Q_4+Q_2Q_3Q_5+Q_2Q_4Q_5+Q_3Q_4Q_5]+$<br>$Q_2\times[Q_3Q_4Q_5]$ |
| *5C* | $Q_1\times[Q_2Q_3Q_4Q_5]$ |

بدین ترتیب فاکتورهای ضربی مرحله اول به دست می‌آیند. حال نوبت به پر کردن سطر دوم جدول می‌رسد. اولین خانه از سمت چپ در این سطر عیناً مقداری برابر با مقدار خانه بالایی خود در سطر قبلی را دارا خواهد بود. مقدار سایر خانه‌های این سطر از جمع عدد موجود در خانه بالایی و خانه سمت چپ به دست خواهد آمد. به عبارت دیگر اگر جدول مذکور را با ماتریسی به نام $A$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$A_{2k,1}=A_{2k-1,1} \qquad k=1,2,...,n \qquad (۱۳)$$

$$A_{2k,j}=A_{2k-1,j}+A_{2k-1,j-1} \qquad k=1,2,...,n,\quad j=1,2,...,n, \qquad (۱۴)$$

تمامی سطرهای زوج که همان عوامل جمعی می‌باشند، به همین ترتیب به دست خواهند آمد. اما محاسبه سطور فرد به جز سطر اول اندکی پیچیده‌تر خواهد بود. برای این کار اولین خانه از هر سطر فرد برابر با صفر قرار داده می‌شود:

$$A_{2k-1,1}=0 \qquad k=1,2,...,n \qquad (۱۵)$$

سپس سایر خانه‌های این سطر نیز مطابق رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$A_{2k-1,j}=A_{1,j}\times A_{2k-2,j-1} \qquad k=1,2,...,n,\quad j=2,3,...,n, \qquad (۱۶)$$

با تکمیل جدول می‌توان مقادیر $P'(k)$ را از خانه‌های آخر در سطور زوج به دست آورد:

$$P'(k)=A_{2k,n} \qquad k=1,2,...,n \qquad (۱۷)$$

بدین ترتیب با محاسبه تمامی $P'(k)$ها می‌توان با ضرب آن‌ها در



[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]

[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

$P(0)$، کلیه $P(k)$ها را محاسبه نمود. در نهایت با توجه به رابطه (۱۱) می‌توان $P(k)$ را محاسبه کرد:

$$P(k) = P'(k) \times P(0) \qquad k = 1,2,...,n \qquad (۱۸)$$

مزیّت این روش در تعداد محاسبات بسیار محدود آن می‌باشد. برای بدست آوردن جدولی مانند جدول (۵ ) که برای $n$ واحد تشکیل شده باشد. لازم است تعداد $n^2$ عملیات جمع و همچنین تعداد $n^2$-1 عملیات ضرب صورت گیرد. در حالی که در روش محاسبه مستقیم، اجرای حدوداً $2^n$ عملیات جمع و ضرب لازم است.

برای مثال برای یک شبکه متشکل از ۳۱ واحد نیروگاهی، در روش محاسبه مستقیم تعداد عملیات ضرب و جمع به ترتیب حدودا برابر با $10^{30}$ عملیات می‌باشد. در حالی که در روش پیشنهادی، این اعداد هر دو به کمتر از $10^3$ عمل فرو کاسته خواهد شد.

بدین ترتیب ملاحظه می‌گردد که با استفاده از این روش مدل ظرفیت برای تعدادی واحد با ظرفیت یکسان و نرخ خروج اجباری متفاوت به سرعت محاسبه می‌گردد.

## ۳- مطالعات عددی

برای مقایسه سرعت اجرای روش پیشنهادی و روش مستقیم محاسبه جدول COPT، ابتدا تعدادی واحد تولیدی با ظرفیت یکسان و نرخ خروج اجباری تصادفی ایجاد گردید. سپس با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و با بهره‌گیری از یک کامپیوتر با پردازنده Intel Corei7 7200u ، محاسبات به هر دو روش برای واحدهای یاد شده انجام زمان‌ها به صورت جداگانه در جدول (۶) ثبت گردید. سطر اول این جدول تعداد واحدهای مختلف در نظر گرفته شده در هر مرحله را نشان می‌دهد. سطر دوم مدت زمان انجام محاسبات با استفاده از روش مستقیم با واحد سنجش ثانیه و سطر سوم مدت زمان انجام محاسبات برای همان تعداد واحد به روش پیشنهادی و با واحد سنجش میکرو ثانیه نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که اختلاف مدت زمان انجام محاسبات به دو روش مستقیم و پیشنهادی بسیار فاحش است.

از سوی دیگر با توجه به افزایش ۳ پله‌ای تعداد واحدها در هر مرحله مشاهده می‌گردد که با تقریب خوبی مدت زمان انجام محاسبات به میزان ۸=$۲^۳$ برابر افزایش یافته است. لذا پیش‌بینی می‌شود برای محاسبه COPT برای تعداد ۳۱ واحد هم ظرفیت، زمانی در حدود ۶ ساعت با استفاده از سخت افزار یاد شده مورد نیاز باشد. این در حالی است که با استفاده از روش پیشنهادی، مدت زمان انجام محاسبات برای حتی تعداد ۱۰۰۰ واحد تنها ۲۵ میلی ثانیه خواهد بود که نشان‌دهنده قدرتمندی روش پیشنهادی است.

## ٤- نتیجه

در این مقاله به منظور مدلسازی اثر واحدهای تولید پراکنده بر شاخص‌های قابلیت اطمینان در سطح تولید و به منظور کاهش حجم محاسبات COPT برای تعدادی واحد تولید پراکنده روشی تحلیلی ارائه گردید. با افراز واحدهای تولید پراکنده هم ظرفیت موجود در شبکه در دسته‌های مختلف و با وجود نرخ خروج اجباری متفاوت واحدهای یک دسته، روشی مرحله به مرحله برای انجام محاسبات COPT ارائه گردید که در آن احتمال خروج هر مقدار از ظرفیت تولید با استفاده از مقادیر محاسبه شده در مراحل قبلی به دست می‌آید.نتایج حاصل از مطالعه عددی نشان دهنده تفاوت فاحش انجام محاسبات به روش پیشنهادی و روش محاسبه مستقیم می‌باشد. در این مقاله میزان تولید هر واحد بصورت دو سطحی در نظر گرفته شده است. جهت مدلسازی واحدهای دارای حالت‌های ظرفیت کاهش یافته می‌توان الگوریتم ارائه شده را برای این واحدها توسعه داد.

جدول (۶): مقایسه زمان محاسبات به دو روش مستقیم و پیشنهادی

| تعداد واحدها | ۱۹ | ۲۲ | ۲۵ | ۲۸ |
|---|---|---|---|---|
| مدت زمان انجام محاسبات به روش مستقیم | 5s | 42s | 344s | 2684s |
| مدت زمان انجام محاسبات به روش پیشنهادی | 17µs | 19µs | 22µs | 25µs |

[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]

[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

جدول (۵): محاسبه گام به گام مدل ظرفیت برای n واحد هم ظرفیت با نرخ‌های خروج اجباری متفاوت

| فاکتورها | C0 | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ضربی ۱ | 0 | $Q_5$ | $Q_4$ | $Q_3$ | $Q_2$ | $Q_1$ |
| جمعی ۱ | 0 | $Q_5$ | $Q_4 + Q_5$ | $Q_3 + Q_4 + Q_5$ | $Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$ | $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$ |
| ضربی۲ | 0 | 0 | $Q_4 \times [Q_5]$ | $Q_3 \times [Q_4 + Q_5]$ | $Q_2 \times [Q_3 + Q_4 + Q_5]$ | $Q_1 \times [Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5]$ |
| جمعی ۲ | 0 | 0 | $Q_4 \times [Q_5]$ | $Q_3 \times [Q_4 + Q_5] + Q_4 \times [Q_5]$ | $Q_2 \times [Q_3 + Q_4 + Q_5] + Q_3 \times [Q_4 + Q_5] + Q_4 \times [Q_5]$ | $Q_1 \times [Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5] + Q_2 \times [Q_3 + Q_4 + Q_5] + Q_3 \times [Q_4 + Q_5] + Q_4 \times [Q_5]$ |
| ضربی ۳ | 0 | 0 | 0 | $Q_3 \times [Q_4 Q_5]$ | $Q_2 \times [Q_3 Q_4 + Q_3 Q_5 + Q_4 Q_5]$ | $Q_1 \times [Q_2 Q_3 + Q_2 Q_4 + Q_2 Q_5 + Q_3 Q_4 + Q_3 Q_5 + Q_4 Q_5]$ |
| جمعی ۳ | 0 | 0 | 0 | $Q_3 Q_4 Q_5$ | $Q_2 \times [Q_3 Q_4 + Q_3 Q_5 + Q_4 Q_5] + Q_3 \times [Q_4 Q_5]$ | $Q_1 \times [Q_2 Q_3 + Q_2 Q_4 + Q_2 Q_5 + Q_3 Q_4 + Q_3 Q_5 + Q_4 Q_5] + Q_2 \times [Q_3 Q_4 + Q_3 Q_5 + Q_4 Q_5] + Q_3 \times [Q_4 Q_5]$ |
| ضربی ۴ | 0 | 0 | 0 | 0 | $Q_2 \times [Q_3 Q_4 Q_5]$ | $Q_1 \times [Q_2 Q_3 Q_4 + Q_2 Q_3 Q_5 + Q_2 Q_4 Q_5 + Q_3 Q_4 Q_5]$ |
| جمعی ۴ | 0 | 0 | 0 | 0 | $Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$ | $Q_1 \times [Q_2 Q_3 Q_4 + Q_2 Q_3 Q_5 + Q_2 Q_4 Q_5 + Q_3 Q_4 Q_5] + Q_2 \times [Q_3 Q_4 Q_5]$ |
| ضربی ۵ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $Q_1 \times [Q_2 Q_3 Q_4 Q_5]$ |
| جمعی ۵ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$ |

[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]

[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]

## مراجع


Ahadi, A., & Liang, X. (2018). *"Generation Adequacy Evaluation Using Fuzzy C-Means Method-A Case Study"*. 2018 IEEE Canadian Conference on Electrical Computer Engineering (CCECE), 1–4.

Ahadi, A., Reza, S. E., & Liang, X. (2017), *"Probabilistic reliability evaluation for power systems with high penetration of renewable power generation"*, 2017 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), 464–468.

Ahmad, S., Sardar, S., Ul, A., & Noor, B. (2017), *"Impact of Distributed Generation on the Reliability of Local Distribution System"*, International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 8(6).

Ahmad, W., Hasan, O., Awwad, F., Bastaki, N., & Hasan, S. R. (2020), *"Formal Reliability Analysis of an Integrated Power Generation System Using Theorem Proving"*, IEEE Systems Journal, 1–12.

Ali Kadhem, A., Abdul Wahab, N. I., Aris, I., Jasni, J., & Abdalla, A. N. (2017), *"Computational techniques for assessing the reliability and sustainability of electrical power systems"*, A review. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 80(February), 1175–1186.

Billinton, R., & Allan, R. N. (1996), *"Reliability Evaluation of Power Systems. In Reliability Evaluation of Power Systems"*, Springer US.

Brown, R. E., & Freeman, L. A. A. (2001), *"Analyzing the reliability impact of distributed generation"*, Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference, 2(SUMMER), 1013–1018.

Das, B. (2013), *"Impact of Distributed Generation on Reliability of Distribution System"*, IOSR Journal of Electrical and Electronics Engineering, 8, 42–50.

Dobakhshari, A. S., & Fotuhi-Firuzabad, M. (2009), *"A reliability model of large wind farms for power system adequacy studies"*, IEEE Transactions on Energy Conversion, 24(3), 792–801.

Falaghi, H., & Haghifam, M.-. (2005), "Distributed Generation Impacts on Electric Distribution Systems Reliability", Sensitivity Analysis. EUROCON 2005 - The International Conference on "Computer as a Tool," 2, 1465–1468.

Ghaedi, A., Abbaspour, A., Fotuhi-Firuzabad, M., & Moeini-Aghtaie, M. (2014), *"Toward a comprehensive model of large-scale dfig-based wind farms in adequacy assessment of power systems"*, IEEE Transactions on Sustainable Energy, 5(1), 55–63.

Ghaedi, A., & Mirzadeh, M. (2020), *"The impact of tidal height variation on the reliability of barrage-type tidal power plants"*, International Transactions on Electrical Energy Systems, 30(9), 1–22.

López-Prado, J. L., Vélez, J. I., & Garcia-Llinás, G. A. (n.d.), *"Reliability Evaluation in Distribution Networks with Microgrids"*, Review and Classification of the Literature.

Mareddy, P., S-Rajampeta, M., Padmalalitha, I., Harshavardhan, P., & Janardhana, R. (2014), *"Generation Reliability Evaluation of Wind Energy Penetrated Power System"*.

mirzadeh, M., Simab, M., & Ghaedi, A. (2020), *"Reliability evaluation of power systems containing tidal power plant"*, Journal of Energy Management and Technology, 4(2), 28–38.

Nasiriani, K., Ghaedi, A., & Nafar, M. (2020), *"Spinning Reserve Scheduling in a Power System Containing OTEC Power Plants"*, International Journal of Industrial Electronics, Control and Optimization, 3(3), 379–392.

Ngaopitakkul, A., & Jettanasen, C. (2017), *"The effects of multi-distributed generator on distribution system reliability"*, 2017 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT-Asia), 1–6.

Shu, Z., & Jirutitijaroen, P. (2011). *"Latin hypercube sampling techniques for power systems reliability analysis with renewable energy sources"*, IEEE Transactions on Power Systems, 26(4), 2066–2073.


[ Downloaded from ieijqp.ir on 2026-11-01 ]

[ DOR: 20.1001.1.23222344.1401.11.3.3.9 ]