برنامه‌ریزی و توزیع توان راکتیو با روش چند هدفه آشوبناک HBMO مبتنی بر معیار پارتو و منطق فازی

سید جلال سید شنوا، استادیار و علی قاسمی، دانشجوی دکتری

دانشکده مهندسی برق-کامپیوتر، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران
*ghasemi.agm@gmail.com

چکیده: در دهه‌های اخیر با سمتگیری شبکه قدرت به سمت تغییر و تجدید ساختار شدن در مکانیزم بازار و صنعت، خدمات توان راکتیو مستقل از سایر خدمات به عنوان یکی از مباحث سرمایه گزاری برای شرکت‌های مختلف، مورد توجه قرار گرفته است. در نتیجه این تغییرات، ایجاد مدلی کارآمد به گونه ای که بخش‌های بیشتری از جنبه های مساله برنامه ریزی توان راکتیو را پوشش دهد، از مهمترین اصول برنامه ریزی توان راکتیو شده است. به همین دلیل، در این مقاله، مدلسازی برنامه ریزی توان راکتیو به منظور کاهش تلفات شبکه، افزایش پایداری ولتاژ، افزایش قابلیت اطمینان شبکه و کاهش هزینه سرمایه‌گزاری به عنوان یک مساله چند هدفه متضاد از هم در نظر گرفته شده است. علت تضاد به خاطر ماهیت متفاوت بین تابع هزینه، تلفات و ولتاژ می‌باشد که نمی‌توان همه این پارامترها را در یک تابع هدف خلاصه نمود. انگیزه این مقاله پیدا کردن رویکرد بازار مناسب و رویکرد تنظیم برای مدیریت توان راکتیو به عنوان یک مساله دراز مدت و غیر خطی در سیستم مورد مطالعه می‌باشد. طراحی بازار که در آن تمام منابع موجود توان راکتیو برای مشارکت در نظر گرفته، پیشنهاد شده است. برای حل مساله پیشنهاد شده از روش بهبود یافته چند هدفه جفت گیری زنبور عسل (HBMO) مبتنی بر نظریه آشوب استفاده شده است. همچنین از سیستم مرتب سازی غیر خطی و مکانیزم فازی برای تعیین بهترین جواب با توجه به مجموعه جواب های ایجاد شده از فضای پارتو استفاده شده است. روش پیشنهادی بر روی سیستم های مختلفی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است و نتایج بدست آمده از آن با سایر روش ها مقایسه شده است. جستجوی مناسب، بهگزینی بهترین جوابو ارتقا و تقاطع نسل ها از ویژگی های بارز این روش می باشد.

واژه های کلیدی: برنامه ریزی بازار برق، توزیع توان راکتیو، معیار پارتو، تئوری فازی، روش HBMO.

تاریخ ارسال مقاله : ۱۳۹۱/۹/۸

تاریخ پذیرش مقاله : ۱۳۹۱/۱۱/۳

نام نویسنده‌ی مسئول : علی قاسمی

نشانی نویسنده‌ی مسئول : مازندران، بابل.

۱- مقدمه

امروزه با روند حرکت سیستم‌های قدرت به سمت ایجاد رقابت و شکستن انحصار، اهمیت سرویس‌های جانبی همچون سرویس توان راکتیو و کنترل ولتاژ، رزرو چرخان، تنظیم کننده و ... بیشتر نمایان شده است. از میان این سرویس‌های جانبی، سرویس تامین توان راکتیو و کنترل ولتاژ دارای اهیمت بیشتری می‌باشند. علی رغم آن که پخش بار توان راکتیو علاوه بر تاثیر بر روی تلفات خطوط و اندازه ولتاژ شین-ها، بر روی پخش بار توان اکتیو وهزینه آن نیز تاثیر گذار می‌باشد، اما متاسفانه به هزینه‌های تولید و انتقال توان راکتیو توجه اندکی شده است. یکی از دلایل این عدم توجه به مشکل بودن ذاتی فهم این موضوع به ویژه توسط اقتصاددانان برمی‌گردد از دیگر دلایلی که می-توان برای این عدم توجه کافی به توان راکتیو نام برد کم بودن هزینه تولید توان راکتیو در مقابل توان اکتیو می‌باشد. با این وجود از لحاظ اقتصادی و در محاسبات بازار، توان راکتیو ارزش کمتری نسبت به توان اکتیو ندارد. مدیریت و کنترل توان راکتیو هم در سیستم‌های سنتی و هم در سیستم‌های رقابتی یکی از دغدغه‌های اصلی بهره برداران بوده است. این موضوع در محیط‌های تجدید ساختار یافته با چالش‌های بیشتری روبرو شده است، زیرا نیاز به یک روش قیمت‌گذاری منصفانه و دقیق و طراحی یک بازار برای توان راکتیو می‌باشد. در خصوص قیمت گذاری توان راکتیو در بازار برق کارهایی انجام گرفته برای مثال در مرجع [۱] به قیمتگذاری زمان واقعی توان راکتیو در صنعت برق سنتی پرداخته است که نویسندگان مقالهٔ یاد شده، با کامل کردن فرمول‌بندی مسئله، دو مرجع [۲،۳] را در تئوری و کاربرد قیمت‌گذاری زمان واقعی توان حقیقی و راکتیو ارائه کرده‌اند. مشابه[۱] با روش مرجع مطالعات دیگری در خصوص قیمت‌گذاری زمان واقعی توان حقیقی و راکتیو صورت گرفته است که اساس کار آنها استفاده از پخش بار بهینه است و تفاوت عمدهٔ آنها در تابع هدف و قیود انتخاب شده، است [۴] در حالی که درمحیط‌های رقابتی به منظور تأمین امنیت سیستم قدرت و نگه داشتن ولتاژ باس‌ها در محدوده مجاز تعریف شده، بازار مجزایی برای تأمین کنندگان توان راکتیو لازم می-باشد. در سیستم تجدید ساختار یافته در مراجع [۵] و [۶] قیمت گذاری توان راکتیو به وسیله توسعه ساختار قیمت گذاری توان اکتیو بررسی شده است. Weber از OPF توسعه یافته استاندارد برای شبیه-سازی قیمت توان اکتیو و راکتیو استفاده نمود [۷]. HAO نیز در مرجع درباره روش‌های اقتصادی و تکنیکی جهت تعیین ساختارهای توان راکتیو و طراحی راه حل عملی برای مدیریت و قیمت‌گذاری سرویس توان راکتیو تحقیق نمود [۸]. در روش های گفته شده مساله برنامه ریزی توان راکتیو به صورت یک تابع هدف در نظر گرفته شده است که مزیت این مدل در ساده سازی برای پیاده سازی و عیب آن عدم بررسی سایر قیود وارد بر شبکه می باشد. همچنین طراحی در این مدل مقاوم نبوده و ممکن است سیستم در شرایط کاری نامتعارف دچار اختلال شود چرا که سیستم به صورت غیر خطی مدل نشده است. از طرفی دیگر، الگوریتم های پیشنهادی دارای کارایی مناسب نبوده چرا که با مدلسازی سیستم در حالت غیر خطی سبب قرار گرفتن جواب نهایی در نقطه محلی بهینه می شود.

در این مقاله به منظور فایق آمدن بر عیب های گفته شده به مدلسازی چند هدفه برای برنامه‌ریزی توان راکتیو و بهینه سازی آن با الگوریتم چند هدفه جفت گیری زنبور عسل مبتنی بر نظریه آشوب پرداخته شده است. برای حل همزمان این توابع از سیستم مرتب سازی غیر خطی و آنتروپی استفاده شده است. نهایتا برای تعیین یک جواب مناسب بین مجموعه جواب های تولید شده از مکانیزم فازی استفاده شده است. سرعت مناسب الگوریتم، جستجوی محلی تقویت شده به کمک نظریه آشوب و استفاده از معیار پارتو و مرتب سازی غیر خطی از ویژه‌گی‌های بارز این مقاله می باشد.

در ادامه مقاله در بخش های زیر پیگیری می شود: در بخش دوم مدلسازی سیستم مورد مطالعه، در بخش سوم الگوریتم پیشنهادی براساس معیار پارتو، در بخش چهارم نتایج و آنالیزهای مورد مطالعه مورد بحث قرار گرفته است و نهایتا در بخش آخر به نتیجه گیری اختصاص یافته است.

۲- مدلسازی مساله پیشنهادی

با افزایش روزافزون مصرف انرژی الکتریکی از چندین دهه گذشته، سیستم‌های مرتبط با تامین آن نیز بسیار گسترش یافته‌اند به گونه‌ای که امروزه توزیع بهینه توان راکتیو برای برنامه ریزی و بهره برداری بهینه سیستم های قدرت بین واحدهای تولید انرژی با کمترین هزینه، به یکی از گسترده‌ترین و پیچیده‌ترین مسائل در بهره‌برداری سیستم‌های قدرت تبدیل شده است. فرمول بندی مساله برای برنامه ریزی توان راکتیو با در نظر گرفتن قیود خطی و غیر خطی به صورت زیر تعریف می شود:

تابع هزینه نصب: تابع در نظر گرفته شده در این مرحله بر اساس کمینه کردن میزان هزینه سرمایه گزاری و هزینه ثابت اولیه به بهینه کردن تعداد و اندازه وسایل مورد نیاز می باشد. این تابع به صورت زیر قابل بیان می باشد [۹].

$$J_1 = \min \omega = \sum_{i \in I} [CFX_i . r_i + C_{C_i} . qc_i + C_{r_i} . qr_i] \qquad (۱)$$

که قیود سیستم به صورت زیر بیان می شود:

$$P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t}) - \hat{I}_G PG_g + \hat{I}_L PG_l = 0 \qquad (۲)$$
$$k \in NB, g \in G, l \in L$$

$$Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t}) - \hat{I}_G QG_g + \hat{I}_L QG_l + \hat{I}_q (qc_i - qr_i) + \hat{I}_u (qc_i^0 - qr_i^0) = 0 \qquad (۳)$$
$$k \in NB, g \in G, l \in L, i \in I, u \in U, j \in J$$

$$QG_g^{lower} \le QG_g \le QG_g^{upper}, g \in G \qquad (۴)$$

$$V_k^{lower} \le V_k \le V_k^{upper}, k \in NB \qquad (۵)$$

$$y1_j \geq 0, j \in J \quad (۶)$$

$$y2_j \geq 0, j \in J \quad (۷)$$

$$t_1 \in T, l \in NT \quad (۸)$$

$$0 \leq qc_m \leq qc_m^{upper}.r_m, m \in M \quad (۹)$$

$$0 \leq qr_m \leq qr_m^{upper}.r_m, m \in M \quad (۱۰)$$

$$qc_n \in S_d r_m, n \in N \quad (۱۱)$$

$$qr_n \in S_d r_m, n \in N \quad (۱۲)$$

$$qc_u^0 \in S_d, u \in U \quad (۱۳)$$

$$qr_u^0 \in S_d, u \in U \quad (۱۴)$$

$$r_i \in \{0,1\}, i \in I \quad (۱۵)$$

که در آن هدف مینیم سازی تابع (۱) به مظور کاهش هزینه ها و برنامه ریزی مجدد برای توان راکتیو می باشد. معادلهای (۲) و (۳) محدودیت های استاتیک برای تولید و توازن توان اکتیو راکتیو می باشند. معادله (۴) محدودیت تولید برای توان راکتیو در محدوده مجاز را نشان می دهد. معادله (۵) محدوده مجاز و قابل قبول برای توان راکتیو در سیستم مورد مطالعه را مورد پوشش قرار می دهد. معادلات (۶) و (۷) نشان از مثبت بودن مقدار تزریقی از توان راکتیو را برای مساله مورد نظر نشان می دهد. معادله (۸) مقدار گسسته بودن در تب چنجر برای ترانسفورمر مورد مطالعه در سیستم های پیشنهادی را نشان می دهد. و معادلات (۹) الی (۱۵) مقدار محدودیت ها در حالت پیوسته و گسسته بودن محدودیت ها را نشان می دهد. کلیه معادلات فوق از (۱) الی (۱۵) برای تعیین مقدار امکان پذیر توان راکتیو در سیستم مورد مطالعه را نشان می دهد که نهایتا جواب نهایی از حل این فرمول ها به تعیین برنامه ریزی درست برای توان راکتیو و توزیع بهینه آن در سیستم های مورد مطالعه را نتیجه خواهد داد.

تابع تلفات: یکی دیگر از توابع مهم در برنامه ریزی توان راکتیو کاهش تلفات ناشی از شبکه می باشد که لفزلیش بازدهی شبکه را به همراه خواهد داشت. برای محاسبه تلفات شبکه از رابطه نیوتن رافسون به صرت زیر استفاده شده است.

$$J_2 = P_L(P_G) = \sum_{k=1}^{N_L} g_k [V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (۱۶)$$

که در رابطه فوق P_G میزان توان تولیدی، V_i و V_j ولتاژ در ابتدا و انتهای خط i و j می باشد. θ_i و θ_j به ترتیب زاویه در ابتدا و انتهای خط می باشند.

یکسان سازی ولتاژ: همان طور که گفته شده است یکی از مهمترین مباحث در برنامه ریزی توان راکتیو پایداری ولتاژ شبکه می باشد از آنجایی که ماهیت ولتاژ شبکه با توابع هزینه سرمایه گزاری (J_1) و توابع تلفات (J_1) متفاوت بوده، تابع جدیدی تحت عنوان یکسان سازی ولتاژ شبکه که بیانگر اختلاف بین مقدار مورد نظر در هر باس و مقدار بدست آمده بعد از هر اجرای برنامه پخش بار به صورت زیر قابل بیان می باشد.

$$J_3 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} |V_{act} - V_{des}| \quad (۱۷)$$

در رابطه فوق، N تعداد باس های کاندید برای نصب منابع توان راکتیو، V_{act} مقدار بدست آمده از مساله پخش بار با حضور منابع توان راکتیو و V_{des} مقدار مورد انتظار با توجه به قیود بر شبکه سیستم قدرت می‌باشد.

۳- الگوریتم چند هدفه HBMO

دردهه‌های اخیر، روش‌های تکاملی و فراابتکاری به عنوان یک ابزار جستجو و بهینه‌سازی در حوره‌های مختلفی مانند علوم، تجارت و مهندسی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. وسعت دامنه کاربرد، سهولت استفاده و قابلیت دستیابی به جواب نزدیک به بهینه مطلق از جمله دلایل موفقیت این روش‌ها است. یکی از این روش‌های جدید بهینه-سازی، الگوریتم جفت‌گیری زنبور عسل می‌باشد. این الگوریتم توسط دکتر امید بزرگ حداد ابداع شده که با مطالعه رفتار زنبورهای عسل، موفق به طراحی و کاربرد الگوریتم جفت‌گیری زنبور عسل برای حل مسائل بهینه‌سازی شد. جفت‌گیری زنبورهای عسل نیز می‌تواند به عنوان یک روش عمومی بر پایه رفتار حشرات جهت بهینه‌سازی در نظر گرفته شود، که در آن الگوریتم جستجو الهام گرفته از فرآیند جفت‌گیری در زنبورهای واقعی می‌باشد. رفتار زنبورهای عسل تقابلی بین ژنتیک، محیط فیزیولوژیکی و اکولوژیکی و شرایط اجتماعی کندو و یا ترکیبی از موارد فوق می‌باشد. مطالعه رفتار زنبورهای عسل کارگر در تغذیه ملکه و پرواز جفت‌گیری الگوریتم جدیدی طراحی و توسعه داده، که می‌توان مسائل پیچیده مهندسی را با کمک آن به شکل بهینه‌ای حل کرد [۱۳]. از ویژگی‌های اساسی این الگوریتم به روش به‌گزینی ملکه در جفت‌گیری با زنبورهای نر برتر و منتخب، روش جفت‌گیری، اصلاح‌نژاد و تغذیه بچه‌های تولید شده توسط زنبورهای کارگر و نیز به شیوه تغذیه ملکه توسط زنبورهای کارگر در رسیدن به نسل برتر و در نتیجه یافتن پاسخ بهینه اشاره نمود [۱۰].

پرواز جفت گیری توسط رقص مخصوصی از جانب ملکه آغاز می‌شود. در این پرواز زنبورهای نر به تعقیب ملکه پرداخته و در فضا جفت‌گیری با ملکه را انجام می‌دهند. در هر پرواز جفت گیری، به طور معمول هر ملکه با ۷تا ۲۰ زنبور نر جفت‌گیری می‌نماید. در هر جفت‌گیری، اسپرم وارد محفظه اسپرم ملکه شده و در آنجا جمع‌آوری می‌گردد. در واقع، پرواز جفت‌گیری می‌تواند به یک مجموعه جابجایی در فضا و مکان (محیط) تشبیه شود که در آن ملکه در نقاط مختلف و با سرعت‌های متفاوت به پرواز در آمده و با زنبورهای نری که در آن لحظه و در آن مکان برخورد می‌نماید به طور تصادفی جفت‌گیری می‌نماید. بدیهی است که در آغاز پرواز جفت‌گیری انرژی ملکه در حد مشخصی بوده و در انتها مسیر یعنی در زمانی که ملکه به کندو باز می‌گرددانرژی او کاهش یافته و نزدیک به صفر می‌گردد[۱۱،۱۰]. بنابراین الگوریتم

بهینه‌سازی جفت‌گیری زنبور عسل را می‌توان به صورت گام‌های اساسی زیر خلاصه نمود:

جفت‌گیری ملکه: الگوریتم با پرواز جفت‌گیری اغاز می‌شود که در آن ملکه (جواب برتر) به طور تصادفی جفت‌های خود را از بین زنبورهای نر جهت پر نمودن محفظه اسپرم خود و در نهایت تولید بچه های جدید انتخاب می‌نماید. در این مرحله ملکه (بهترین جواب) با هر زنبور نر طبق تابع احتمالاتی نورد زیر عمل جفت‌گیری را انجام می‌دهد:

$$prob(Q,D) = e^{\frac{-\Delta(f)}{S(t)}} \geq q_0 \qquad (۱۸)$$

که در آن، $Prob(Q,D)$ احتمال اضافه شدن اسپرم نر D به حجم محفظه اسپرم ملکه Q با احتمال یک جفت‌گیری موفق می‌باشد. $\Delta(f)$ اختلاف بین تابع برازش ملکه و زنبور نر، $S(t)$ سرعت ملکه در لحظه t و q_0 یک مقدار تصادفی بین (۱،۰) می‌باشد. سرعت و انرژی ملکه بعد از هر عمل جفت گیری طبق رابطه زیر کاهش می‌یابد:

$$S(t+1) = \alpha \times S(t) \qquad (۱۹)$$

$$E(t+1) = E(t) - \gamma \qquad (۲۰)$$

که α ضریبی بین (۰.۱) برای کاهش سرعت ملکه و γ ضریبی بین (۰.۱) برای میزان کاهش انرژی ملکه بعد از هر عمل جفت‌گیری می‌باشد. در پایان عمل پرواز جفت‌گیری میزان انرژی و سرعت ملکه کاهش یافته به طوری که تقریبا می‌توان آن را صفر در نظر گرفت.

تولید نسل جدیدبچه‌ها (جواب‌های جدید): بچه زنبورهای جدید (جواب آزمایشی) با جابجائی ژن‌های زنبور نر با ژن‌های ملکه طبق رابطه زیر ایجاد می‌شوند:

$$child = parent1 + \beta(parent2 - parent1) \qquad (۲۱)$$

که در آن، β یک عدد تصادفی بین(۰،۱) می‌باشد.

پرورش و ارتقاء نسل بچه زنبورها: در این مرحله زنبورهای کارگر به پرورش و ارتقاء نسل بچه زنبور ها طبق رابطه زیر می‌پردازند:

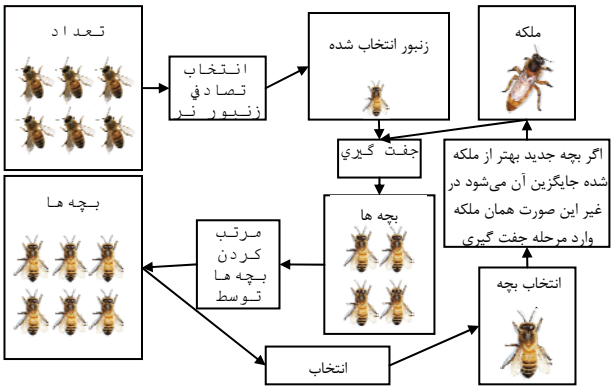
$$Brood_i^k = Brood_i^k \pm (\delta + \varepsilon) Brood_i^k \qquad (۲۲)$$
$$\delta \in [0,1], 0 < \varepsilon < 1$$

که در این رابطه δ به طو تصادفی بین (۰،۱) تولید می‌شود در حالی که ε یک عدد ثابت می‌باشد.

به‌گزینی ملکه: در این مرحله بعد از مرتب کردن بچه‌ها به عنوان جواب‌های جدید مساله با توجه به میزان ترقی که در نسل زنبورها بر اساس تابع برازش کارگرها ایجاد می‌شود، بهترین از بین آنها انتخاب شده و در صورت داشتن برازندگی بهتر نسبت به ملکه موجود، جانشین ملکه برای انجام پرواز جفت‌گیری بعدی درمساله می‌شود. در غیر این صورت ملکه موجود (بهترین جواب) به منظور تولید بچه‌های جدید (جواب‌های جدید)، دوباره وارد عمل جفت‌گیری می‌شود.

اتمام الگوریتم: در صورتی که شرایط خواسته شده در الگوریتم ارضاء شود ملکه موجود به عنوان جواب نهایی انتخاب می‌شود. در غیر این صورت نسل جدید از زنبور نر تولید شده و کلیه مراحل قبل تا رسیدن به شرایط اتمام حل مسال، دوباره تکرار می‌شود.

شکل ۱ گام‌های اساسی در الگوریتم HBMO را نشان می‌دهد.



شکل ۱- مدل سازی الگوریتم HBMO

۳-۱- بکارگیری روش پارتو در الگوریتم HBMO

همانطور که اشاره شد، برای حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه به مفهوم بهینگی ویژه‌ای نیاز است. بر اساس مفهوم غلبه یا چیرگی پارتو بصورت زیر می‌توان معیار بهینگی در یک مسئلهٔ چندهدفه را تعریف نمود:

برای دو بردار تصمیم X_1 و X_2، بردار X_1 بردار X_2 را مغلوب می‌کند، اگر و فقط اگر دو شرط برقرار باشد. اول اینکه X_1 در همهٔ اهداف، بدتر از X_2 نباشد و دوم اینکه X_1 در حداقل یک هدف، مطلقاً بهتر از X_2 باشد. عبارت فوق به زبان ریاضی چنین بیان می‌شود [۱۲و۱۳].

$$X_1 \prec X_2 \Leftrightarrow (\forall_i \in \{1,2,...,n\} : f_i(X_1) \leq f_i(X_2)) \wedge (\exists_i \in \{1,2,...,n\} : f_i(X_1) \leq f_i(X_2)) \qquad (۲۳)$$

همچنین بردار تصمیم $X \in X_f$ نسبت به مجموعهٔ $A \subseteq X_f$ نامغلوب خوانده می‌شود، اگر و تنها اگر

$$\exists_a \in A : X \prec a \qquad (۲۴)$$

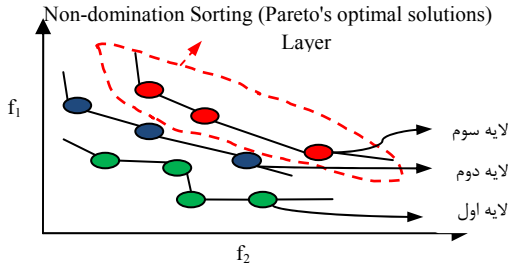
X بهینه‌ی پارتو است اگر و تنها اگر نسبت به X_F نامغلوب باشد [۱۳]. بنابراین می‌توان بردار تصمیم X را بهینه دانست از این نظر که نمی‌توان هیچ یک از اهداف آن را بهبود داد، بدون آنکه مقدار هدف دیگر آن را بدتر نمود. به چنین جوابی بهینه پارتو یا ناپست نیز گفته می‌شود [۱۲]. نقاط تیره رنگ روی خط چین در شکل (۲) جوابهای بهینهٔ پارتو هستند. این نقاط نسبت به یکدیگر بیتفاوت هستند. فرق اساسی میان مسئلهٔ تکهدفه و چندهدفه در اینجا مشخص می‌شود. مسائل چندهدفی محدود به یک جواب بهینه واحد نیستند، بلکه در آنها مجموعه‌ای از جوابهای بهینه وجود دارد. هیچکدام از جواب‌ها را نمی‌توان بر جواب دیگر برتر دانست، مگر آنکه ترجیحات تصمیم‌گیر تعریف شده باشد.

مجموعه تمام جوابهای بهینه‌ی پارتو در یک مسئله چندهدفه مجموعه بهینه پارتو و بردارهای هدف متناظر با آن لبه یا جبهه بهینه پارتو نامیده می‌شوند. مجموعه همه بردارهای تصمیم نامغلوب در مجموعه Aبصورت زیر فرض می‌شود:

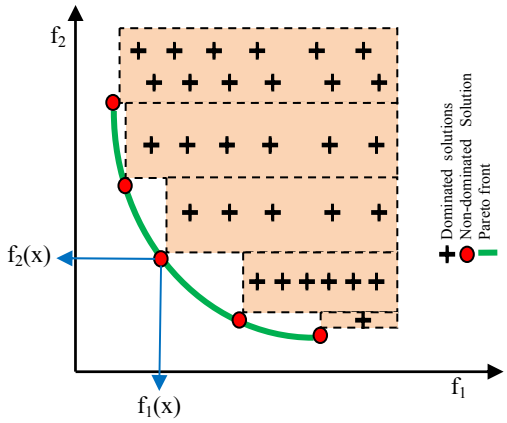
$$P(A) = \{a \in A \mid a \text{ is Non-dominated } A\} \qquad (۲۵)$$

مجموعه $P(A)$ با توجه به A مجموعه نامغلوب است و مجموعه بردارهای متناظر $F(P(A))$ نیز لبه نامغلوب آن می‌باشد. به علاوه مجموعه $X_P=P(X_f)$ مجموعه بهینه پارتو و $Y_P=F(X_p)$ جبهه بهینه

پارتو تعریف می‌گردد [۱۱]. به عبارت دیگر وقتی مجموعه A برابر با مجموعه جواب‌های شدنی X_f باشد، آنگاه مجموعه P(A) جبهه بهینه پارتو را تولید می‌کند. نقطهٔ ایده‌آل نقطه‌ای است که در آن مقادیر همهٔ توابع هدف کمینه باشد. بدیهی است که معمولاً نقطه ایده‌آل در ناحیه شدنی از فضای هدف وجود ندارد. نقطه‌ی پاد ایده‌آل نیز نقطه‌ای است که در آن مقادیر همه توابع هدف بیشینه باشد [۱۳]. در شکل (۳) نمایی از یک جبههٔ پارتو، نقطهٔ ایدهآل و پادایدهآل ترسیم شده است.



شکل۲. بیان تصویری بهینگی پارتو در فضای هدف



شکل. ۳ جبههٔ پارتو، نقطهٔ ایدهآل و نقطهٔ پاد ایدهآل در فضای هدف

جبهه پارتو اطلاعاتی درباره تعادل بین اهداف به دست می‌دهد. این تعادل بیانگر میزان حساسیت اهداف نسبت به یکدیگر بوده و توسط شکل جبهه پارتو قابل تشریح است.

۳-۱- الگوریتم HBMO مبتنی بر نظریه آشوب

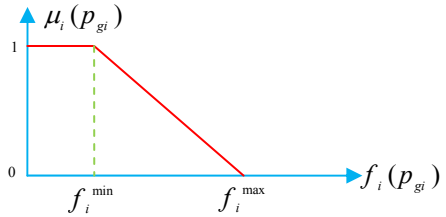
یکی از ایده های جدید در حل مسایل پیچیده با توابع غیر خطی استفاده از روش جستجوی آشوبناک با روش های هوشمند به منظور افزایش قابلیت الگوریتم استاندارد می‌باشد. روش آشوبناک یک روش مبتنی بر توابع غیر خطی و غیر محدب می باشد که امروزه بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله از معادله زیر برای ارتقا جستجوی محلی و نهایی الگوریتم پیشنهادی استفاده شده است.

$$cx_{i+1}^{j} = \begin{cases} 2cx_i^j, if\ \ 0 < cx_i^j \le 0.5 \\ 2(1-cx_i^j), if\ \ 0.5 < cx_i^j \le 1 \end{cases}, j = 1,2,...,Ng \qquad (۲۶)$$

که در معادله فوق، CX معرف ذرات آشوب می باشد. N_g تعداد ذرات آشوبناک بکار گرفته شده در هر مرحله بهینه سازی می باشد.

۴- ترکیب منطق فازی با الگوریتم پیشنهادی

منطق فازی یک روش برای تعیین مناسب دسته‌بندی غیرخطی آنها به کار می‌رود. تابع تصمیم گیری فازی با تابع عضویتی که بتوان مقدار دقیق متغیرها در آن جایگذاری شود معرفی شده است. شکل ۴ تابع عضویت μ_c را برای یک متغیر فازی نشان می‌دهد. که این متغیر فازی بیان کننده مفهوم فی هزینه کل سوخت است.



شکل ۴. نحوه تابع عضویت برای تابع هزینه و تلفات و همسان سازی ولتاژ

اگر تصمیم‌گیرنده بطور کامل از فی هزینه کل سوخت راضی باشد در این صورت $\mu_c = 1$ می‌شود و در نقطه مقابل اگر $\mu_c = 0$ باشد نشان دهنده این نکته است که تصمیم گیرنده بطور کامل ناراضی است. بنابراین مقدار تابع عضویت نشان دهنده میزان وقف‌پذیری شاخص اقتصادی است .بخاطر ماهیت غیر دقیق و نا مشخص تصمیم وقضاوت برای تصمیم گیرنده‌ها ،تابع هدف مربوطه، راه حلی non-dominated دارد. مجموعه $f_i(P_{gi})$ به‌وسیله تابع عضویت $\mu_i(P_{gi})$ بیان شده است که فرمول آن بصورت زیر می‌باشد:

$$\mu_i = \frac{f_i^{max} - f_i}{f_i^{max} - f_i^{min}} \qquad (۲۷)$$

که f_i^{max} و f_i^{min} به ترتیب حدبالایی وحدپایینی تابع هدف iام هستند

$$FDM_i = \begin{cases} 0 & \mu_i \le 0 \\ \mu_i & 0 < \mu_i < 1 \\ 1 & \mu_i \ge 1 \end{cases} \qquad (۲۸)$$

به ترتیب برای هر k راه حل Non-Dominated، تابع عضویت نرمالیزه FDM^k به صورت زیر است

$$FDM^k = \left[\frac{\sum_{i=1}^{2} FDM_i^k}{\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{2} FDM_i^j} \right] \qquad (۲۹)$$

بهترین حالت برای راه حل مسئله پخش بار اقتصادی این است که در ابتدا ماکزیمم مقدار FDM^k را برای تابع تصمیم گیری فازی در نظر بگیریم (که M تعداد کل راه حل‌های Non-Dominated می‌باشد) سپس همه‌ی راه حل‌ها به ترتیب مقدار به‌صورت نزولی مرتب می‌شود و تصمیم‌گیرنده با توجه به مقدار تابع عضویت تحت شرایط عملیاتی واقعی بهترین راه حل را در بین راه حل‌های Non-Dominated، بر طبق لیست حق تقدم انتخاب می‌کند.

۵- نحوه اعمال الگوریتم بر مساله مورد مطالعه

در این بخش به بیان الگوی بکار گرفته برای حل مساله بر نامه ریزی توان راکتیو با کمک الگوریتم پیشنهادی می پردازیم. مدل ایجاد شده در گام های زیر قابل پیگیری می باشد.

گام اول: در این مرحله با توجه به مدودیت های اعمالی از سوی مساله مجموعه جواب‌های اولیه در فضای جستجو در نظر می گیریم.

$$X_{cls}^{0}=[X_{cls,0}^{1},X_{cls,0}^{2},\ldots,X_{cls,0}^{Ng}]_{1\times N_g}$$
$$cx_0=[cx_0^1,cx_0^2,\ldots,cx_0^{Ng}] \qquad (۳۰)$$
$$cx_0^j=\frac{X_{cls,0}^{j}-P_{j,\min}}{P_{j,\max}-P_{j,\min}},j=1,2,\ldots,Ng$$

که برای این معادله خواهیم داشت:

$$X_{cls}^{i}=[X_{cls,i}^{1},X_{cls,i}^{2},\ldots,X_{cls,i}^{Ng}]_{1\times N_g},i=1,2,\ldots,N_{chaos}$$
$$x_{cls,i}^{j}=cx_{i-1}^{j}\times(P_{j,\max}-P_{j,\min})+P_{j,\min},j=1,2,\ldots,N_g \qquad (۳۱)$$

همچنین برای معادلات تابع هدف (۱) باید مجموعه قیود زیر را مطابق با جدول ۱ در نظر گرفت.

جدول ۱. پارامترهای اولیه

	Variables Operation	*Investment*
Continuous	$v_k,\forall k\in NB$	$qc_m,m\in M$
	$\theta_k,\forall k\in NB$	$qr_m,m\in M$
	$QG_g,\forall g\in G$	
Discrete	$t_l,\forall l\in NT$	$r_m,m\in M$
	$qc_u^0,\forall u\in U$	$qc_n,n\in N$
	$qr_u^0,\forall u\in U$	$qr_n,n\in N$

گام دوم: در این بخش متغییرهای آشوبناک با توجه به تابع آشوبناک به صورت زیر قابل محاسبه می باشند.

$$cx_i=[cx_i^1,cx_i^2,\ldots,cx_i^{Ng}],i=0,1,2,\ldots,N_{choas}$$
$$cx_{i+1}^{j}=\begin{cases}2cx_i^j,if\ \ 0<cx_i^j\le 0.5\\2(1-cx_i^j),if\ \ 0.5<cx_i^j\le 1\end{cases},j=1,2,\ldots,Ng \qquad (۳۲)$$
$$cx_0^j=rand(0)$$

در ادامه مقدار ضریب آستانه برای مرتب سازی ماتریس ورودی در مقدار ۰/۷ قرار می گیرد. در عبارت بالا g_{best} بهترین مقدار پیدا شده در مرحله k می باشد.

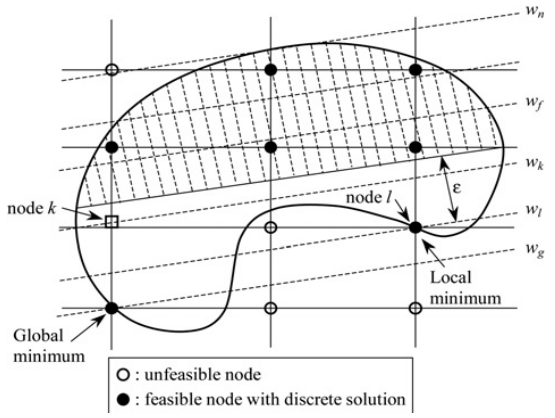
گام سوم: در این قسمت برای هر جمعیت تولید شده یک برازندگی محاسبه می شود که این برازندگی بر اساس توابع گفته شده در معادلات (۱) و (۱۶) و (۱۷) می باشد.

گام چهارم: ایجاد کردن متغیرهای تعریف شده براساس توابع تصمیم گیری در تابع جستجوی گرانشی.

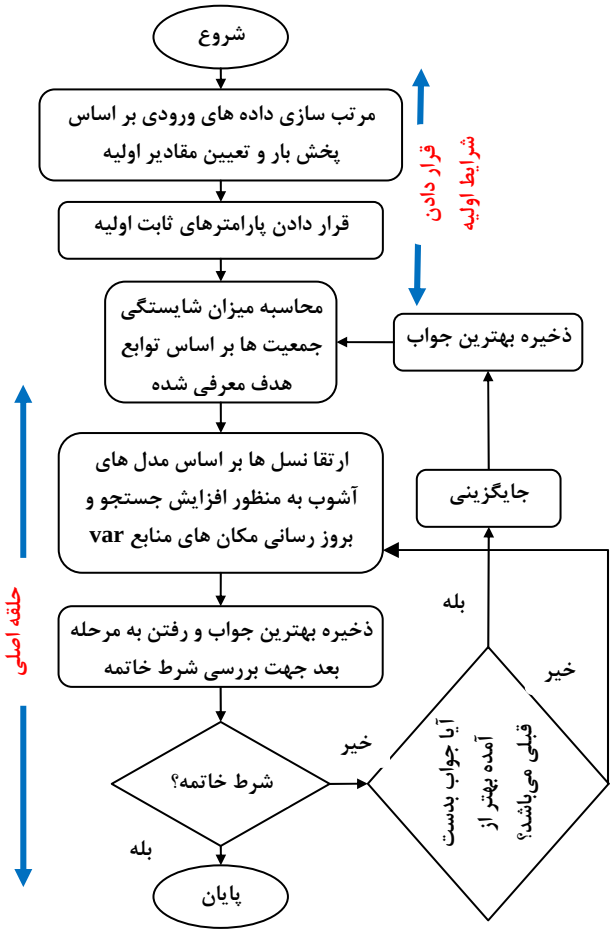
گام پنجم: ارتقا ذرات بدست آمده با توجه به نسبت دادن شتاب و سرعت هر ذره به کمک روابط (۱۸) الی (۲۵).

گام ششم: بررسی شرط خاتمه یافت برنامه. اگر برنامه پایان پذیرفته جواب های نشان داده شده را چاپ نمایید در غیر اینصورت اگر جواب بدست آمده در این مرحله از جواب قبلی بهتر بوده است جایگزین آن شود و اگر بدتر از آن بوده همان جواب قبلی نگه داشته شود و به مرحله ارتقا نسل ها منتقل یابد. شکل ۵ نحوه جستجو با وجود قیود مختلف را نشان می دهد.

شکل ۶ فلوچارت الگوریتم پیشنهادی را برای حل مساله پیش بینی نشان می دهد.



شکل ۵. نحوه جستجو در فضای مورد مطالعه



شکل ۶. سیستم پیش بینی برای الگوریتم پیشنهادی

۶- سیستم های مورد مطالعه و نتایج شبیه سازی

به منظور شبیه سازی از نرم افزار مطلب با ورژن ۲۰۰۹ با کامپیوتر با پردازنده ۲/۵۳ گیگا هرتز استفاده شده است. شبیه سازی در چند سناریو مختلف با سیستم های مورد مطالعه پیگیری شده است. که در ادامه به انالیز نتایج و داده ها پرداخته شده است.

۶-۱- سیستم ۳۰ باسه استاندارد

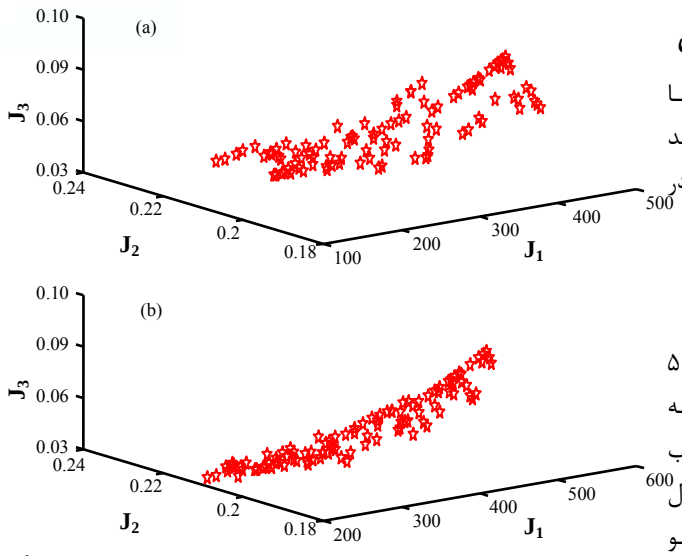
اولین سیستم مورد مطالعه سیستم استاندارد IEEE با ۳۰ باس، ۵ ژنراتور و ۴۱ شاخه می باشد. که باس های ۲، ۵، ۸، ۱۱، ۱۳ و ۳۰ به عنوان باس های کاندید شده برای توسعه گسسته توان راکتیو انتخاب شده اند. مقدار محدودیت و میزان تقاضا برای این باس بار ها در جدول ۲ نشان داده شده است. مقدار گام برای منابع توان راکتیو ($\Delta_n=2Mvar$) و مقدار ضریب امنیت ($\varepsilon=3\%$) می باشد. همچنین مقدار بار نرمال و بار سنگین (۱۰۳٪) و یک خط برای احتمال اتفاقی (۱-۲) در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار بالایی و پایینی برای ولتاژها برابر با ۰/۹۵ و ۱/۰۵ پریونیت در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی در جدول ۳ آورده شده است. نحوه همگرایی و توزیع پارتو در شکل ۷ برای بار سنگین و نرمال نشان داده شده است.

جدول ۲. اطلاعات برای سیستم ۳۰ باسه IEEE

BUSES	CFXI, US$	CCI AND CRI, US$/MVAR	qc_m^{upper} and qr_m^{upper}, Mvar
2	30	1	30
5	30	1	45
8	15	1	40
11	30	1	40
13	35	1	30
30	30	1	30

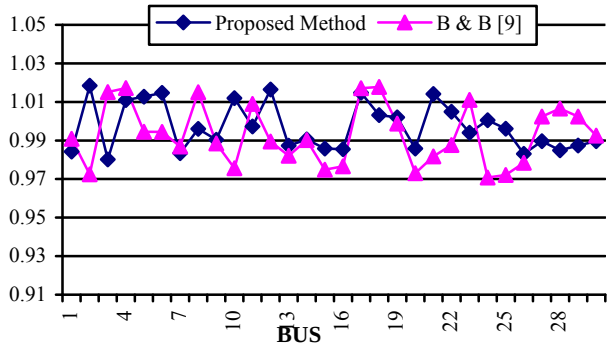
جدول ۳. نتایج حاصل از شبیه سازی برای سیستم ۳۰ باسه

METHOD	B&B ALGORITHM [9]			PROPOSED ALGORITHM		
Load level	Buses	Base case	Contingency #1: 1–2	Buses	Base case	Contingency #1: 1–2
		qc_i, MVAr	qc_i, MVAr		qc_i, MVAr	qc_i, MVAr
Nominal	2	–	30	2	–	29
	5	–	18	8	–	40
	8	–	40	11	–	10
	w	–	US$ 163	w	–	US$ 158
	CPU time	1 s	34 s	CPU time	0.99 s	27 s
Heavy	2	–	30	2	–	30
	5	–	28	5	–	25
	8	–	40	8	–	40
	13	–	14	11	–	16
	w	–	US$ 222	w	–	US$ 216
	CPU time	1 s	30	CPU time	0.98 s	27 s

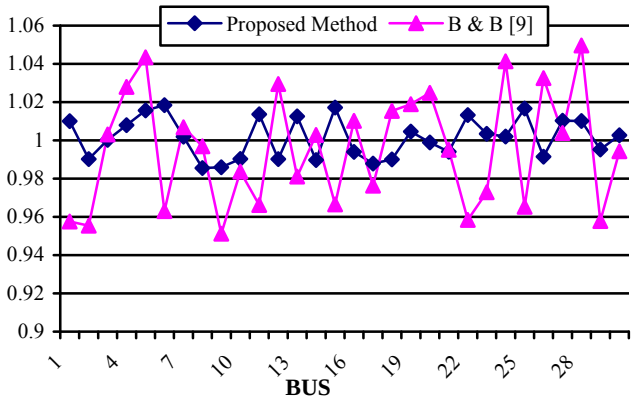


شکل ۷. نحوه توزیع معیار پارتو برای بار سنگین (a) و بار سبک (b)

همان گونه که از جدول ۳ نشان داده شده است سیستم مورد مطالعه نیاز به توان راکتیو در بار نامی و بار سنگین نبوده است که این نتیجه توسط دو الگوریتم انجام گرفته مورد تایید قرار گرفته است. همچنین نتایج جدول ۳ نشان می دهد که باس های یافته شده به کمک روش پیشنهادی در حالت نرمال ۲، ۸ و ۱۱ و در حالت بار سنگین ۲، ۵، ۸ و ۱۱ می باشد که مجموع توان تزریقی در حالت نرمال و سنگین به ترتیب ۷۹ و ۱۱۱ مگاوار می باشد که در مقایسه با روش پیشنهادی ئر مقاله [۹] که ۸۸ و ۱۱۲ مگاوار مقدار ۸ و ۴ مگاوار بهتر شده است. از طرفی هزینه کلی برای روش پیشنهادی به اندازه ۹ واحد در بار نامی و ۷ واحد در بار سنگین نسبت به روش انجام گرفته در مرجع گفته شده بهتر شده است. همچنین مقایسه ای برای زمان اجرای برنامه ها نشان از سرعت بهتر روش پیشنهادی می باشد. شکل ۸ و ۹ نحوه توزیع ولتاژ برای سیستم مورد مطالعه را نشان می دهد. توزیع بهتر و متعادلتر برای ولتاژ نشان از یافتن جواب های مناسبتر در مقایسه با روش پیشنهادی در مرجع [۹] می باشد چرا که در این روش قید ولتاژ هم به عنوان یک تابع هدف جهت مینیمم سازی نوسانات در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار تلفات بدست آمده بر واحد پریونیت به اندازه ۱/۳۴٪ در حالت نامی ۲/۶۷٪ در حالت سنگین بهبود یافته است.



شکل ۸. نحوه توزیع ولتاژ در سیستم مورد مطالعه ۳۰ باسه برای بار نامی



شکل ۹. نحوه توزیع ولتاژ در سیستم مورد مطالعه ۳۰ باسه برای بار سنگین

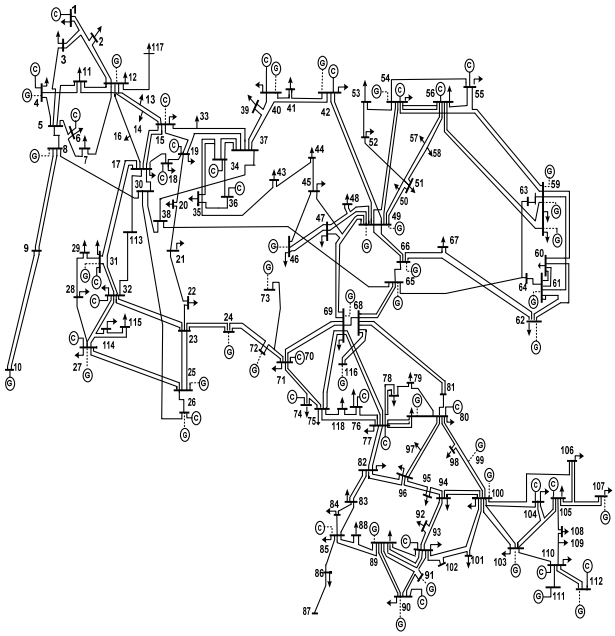
۶-۲- سیستم ۱۱۸ باسه IEEE

به منظور نشان دادن روش پیشنهادی و بکارگیری مدل غیر خطی از سیستم ۱۱۸باسه IEEE با ۵۴ واحد نیروگاهی به عنوان یک سیستم با ابعاد بزرگ و عملیاتی تر که نحوه اتصالات شبکه آن در شکل ۱۰ نشان داده شده است. در این سیستم ۱۳ باس برای تزریق توان راکتیو در نظر گرفته شده است که در جدول ۴ نشان داده شده است. در این سیستم خطوط (5–8, 26–30, 65–68, 89–92) برای عملیات اتفاقی در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی در جدول ۵ آورده شده است. همچنین برای شبیه سازی در این سیستم از سه بار نامی، سبک (۸۰٪) و بار سنگین (۱۲۰٪) استفاده شده است.

جدول ۴. اطلاعات برای سیستم ۱۱۸ باسه IEEE

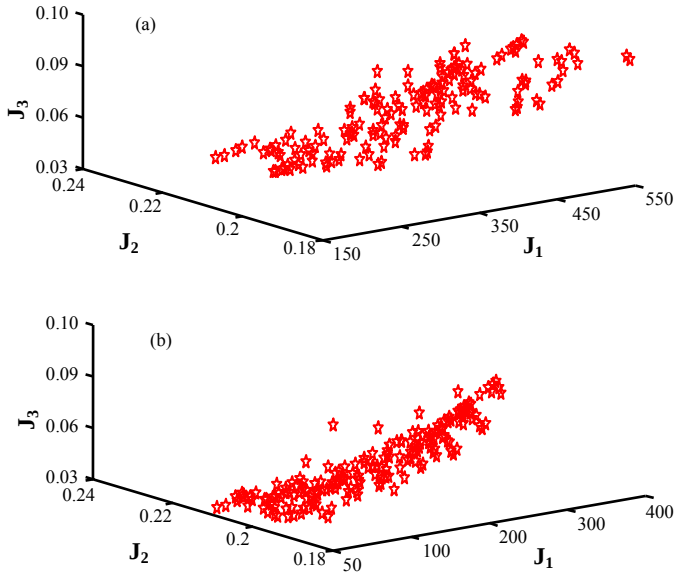
BUSES	CFXI, US$	CCI AND CRI, US$/MVAR	qc_m^{upper} and qr_m^{upper}, Mvar
10	12	1	100
12	10	1	100
21	10	1	100
31	10	1	100
35	5	1	100
49	5	1	100
56	10	1	100
60	5	1	100
71	10	1	100
76	5	1	100
83	10	1	100
85	5	1	100
94	10	1	100

همان گونه که از جدول نشان داده شده است نحوه تولیدات و باس های مورد نظر برای برنامه ریزی توان راکتیو به ازای شرایط کاری مختلف هزینه کمتری در مقایسه با روش انجام گرفته در مرجع [۹] می باشد ک این نتیجه مقایسه ای در جدول ۶ نشان داده شده است. الگوریتم پیشنهادی با ترکیب بهتر برای توان منابع راکتیو کارایی بهتری داشته است. همان گونه که از جدول ۶ بر می اید الگوریتم پیشنهادی همچنین دارای سرعت بالاتری در مقایسه با روش پیشنهاد شده در مقاله [۹] می باشد.



شکل ۱۰. نحوه اتصالات سیستم ۱۱۸ باسه استاندارد IEEE

شکل ۱۱ نحوه توزیع جواب ها براساس معیار پارتو را نشان می دهد. پیوستگی منظم بین مجموعه جواب ها نشان از طراحی مناسب برای مساله برنامه ریزی توان راکتیو می باشد. همچنین نحوه توزیع ولتاژ برای دو حالت سبک و سنگین در شکل های ۱۲ الی ۱۳ نشان داده شده است. تلفات بدست آمده برای دو حالت نرمال و سنگین به ترتیب به اندازه ۰/۳۹٪ و ۱/۳۲٪ کاهش یافته است.



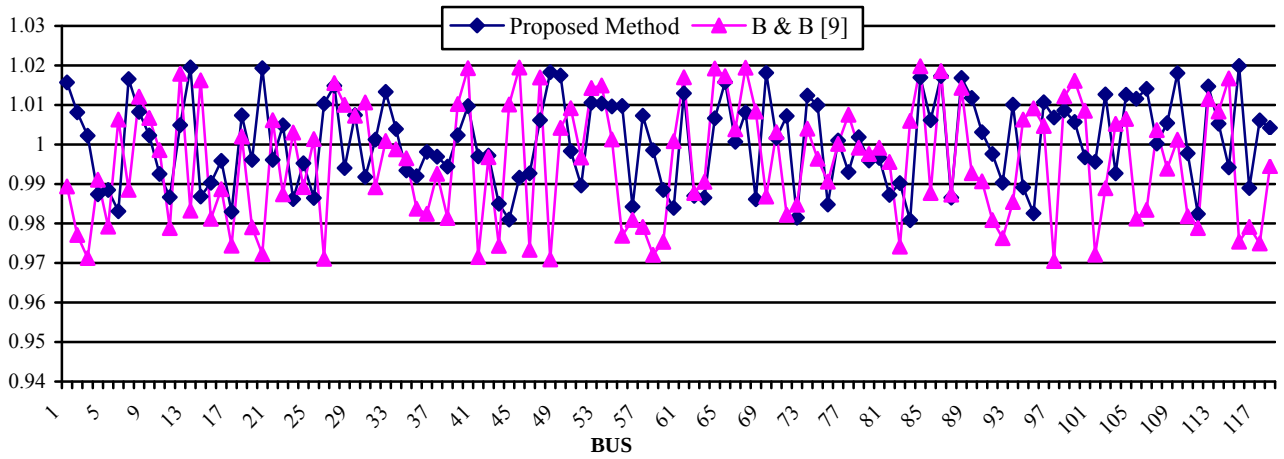
شکل ۱۱. نحوه توزیع معیار پارتو برای بار سنگین (a) و بار نامی (b)

جدول ۵. نتایج حاصل از شبیه سازی برای سیستم ۱۱۸ باسه با الگوریتم پیشنهادی

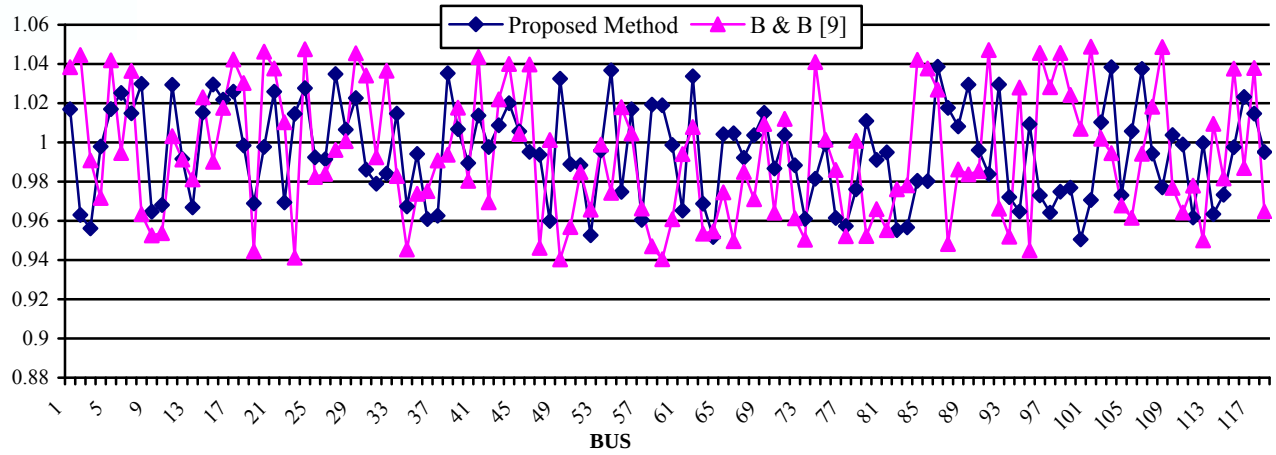
Load level	Buses	Base case		Contingency							
				#1: 5–8		#2: 26–30		#3: 65–68		#4: 89–92	
		qc_i MVAr	qr_i MVAr	qc_i MVAr	qr_i MVAr	qc_i MVAr	qr_i MVAr	qc_i MVAr	qr_i MVAr	qc_i MVAr	qr_i MVAr
Nominal	10	–	–	–	12.00	12.00	–	–	–	5.309	–
	21	–	–	–	–	–	–	–	8.0	–	–
	60	–	–	–	–	–	–	23	–	23	–
	85	23	–	23	–	23	–	–	–	52.019	–
	w	US$ 26		US$ 52.52		US$ 52.34		US$ 28.91		US$ 98.73	
	CPU time	1.99 s		2.88s		1.82s		2.88s		10.13s	
Low	12	–	–	–	12.01	–	–	–	–	–	–
	w	–		–		–		–		–	
	CPU time	1 s		1 s		1 s		1 s		1 s	
Heavy	10	–	–	–	12.00	–	–	–	–	–	–
	12	–	–	75.00	–	–	–	–	–	–	–
	21	–	–	12.00	–	35.00	–	–	–	–	–
	60	58.40	–	60.14	–	60.00	–	50.00	–	50.00	–
	83	36.80	–	–	–	–	–	–	–	70.00	–
	85	–	–	35.45	–	35.44	–	35.43	–	70.00	–
	94	36.50	–	35.45	–	35.44	–	35.43	–	50.50	–
	w	US$ 156.0		US$ 276.12		US$ 201.44		US$ 157.33		US$ 289.62	
	CPU time	40 s		45 s		30 s		28 s		19 s	

جدول ۶. نتایج بدست آمده برای روش های انجام گرفته در سیستم ۱۱۸ باسه.

	Level Load	Index	Base case	#1: 5 – 8	#2: 26 –30	#3: 65 –68	#4: 89 –92
Proposed Algorithm	Nominal	w	26	52.52	52.34	28.91	98.73
		CPU time	1.99	2.88	1.82	2.88	10.13
	Low	w	0	0	0	0	0
		CPU time	1	1	1	1	1
	Heavy	w	156	276.12	201.44	157.33	289.62
		CPU time	39	44	29	25	17
B&B Algorithm [9]	Nominal	w	30	54.5	52.5	30	102.5
		CPU time	2	3	3	2	12
	Low	w	24.5	0	0	0	0
		CPU time	1	1	1	1	1
	Heavy	w	162.5	294.5	210	162.5	292.5
		CPU time	40	45	30	28	19

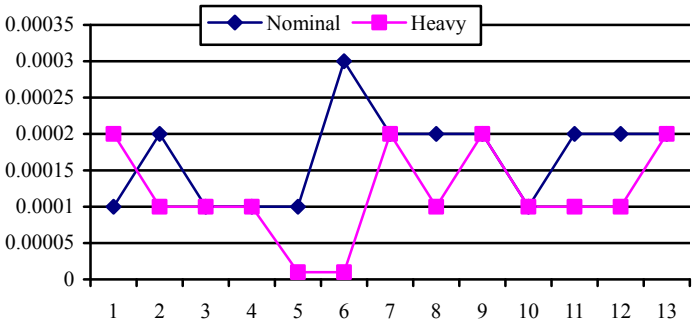


شکل ۱۲. نحوه توزیع ولتاژ در سیستم مورد مطالعه ۱۱۸ باسه برای بار نامی



شکل ۱۲. نحوه توزیع ولتاژ در سیستم مورد مطالعه ۱۱۸ باسه برای بار سنگین

به منظور نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی در حل مسله برنامه ریزی توان راکتیو، الگوریتم پیشنهادی به دفعات مختلف در بار نامی و سنگین به طور مجزا بر روی سیستم ۱۱۸ باسه اجرا شده است. تابع هدفهای مورد نظر عبارتند از تابع هزینه، تابع تلفات و ولتاژ. شکل ۱۳ نحوه تغییرات برای انحراف معیار میانگین برای سیر همگرایی در شکل های ۶ و ۷ را نشان می دهد. انحراف معیار برای جواب نهایی برابر با ۰/۰۰۰۰۰۰۱ می باشد.



شکل ۱۳. انحراف استاندارد برای میانگین بدست آمده از اجراهای مختلف

۷- نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی منابع توان راکتیو برای کنترل بازار برق تجدید ساختار یافته و مدلسازی آن در یک سیستم غیر خطی با قیود عملی و غیر عملی پرداخته شده است. مساله غیر خطی مورد مطالعه به صورت یک مساله بهینه سازی چند هدفه تبدیل گشته است و از الگوریتم پیشنهادی چند هدفه جفت گیری زنبور عسل با معیار پارتو سعی در حل آن شده است. الگوریتم پیشنهادی بر روی سیستم استاندارد ۳۰ و ۱۱۸ باسه IEEE بررسی شده است. برای مقایسه بهتر الگوریتم به دفعات مختلف اجرا شده است انحراف معیار آن مورد بررسی قرار گرفته است. به گزینی، ارتقا نسل، سرعت بالاتر و استفاده از معیار پارتو از ویژگی های بارز آن می باشد.

مراجع

[1] Baughman, M. L., and Siddiqi, S. N., "Real-time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results," IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 6, No. 2, pp. 23-9, Feb. 1991.

[2] Baughman, M. L., Siddiqi, S. N., and Zarnikau, J. W., "Advanced Pricing in Electrical Systems. I. Theory," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, pp. 489-95, Feb. 1997.

[3] Baughman, M. L., Siddiqi, S. N., and Zarnikau, J. W., "Advanced Pricing in Electrical Systems. II. Implications," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, pp. 496-502, Feb. 1997.

[4] Li, Y. Z., and David, A. K., "Pricing Reactive Power Conveyance," IEE-Proceedings-C- (Generation, Transmission-and-Distribution) Vol. 140, No. 3, May, pp.174-80, 1993.

[5] Li, Y. Z., and David, A. K., "Wheeling Rates of Reactive Power Flow under Marginal Cost Pricing," IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 9, No. 3, pp.1263-9, Aug. 1994.

[6] Jong-Bae P,Ki-Song L; Joong-Rin S; Lee, K.Y, "Particle swarm optimization for economic dispatch considering the generator constraints", IEEE Trans. on Power Syst., Vol.(20)(1), pp. 34 – 42, 2005.

[7] Hosam K. Youssef and Khaled M. El-Naggar, "Genetic based algorithm for security constrained power system economic dispatch", Electric Power Systems Research, Vol.(53)(1) , pp. 47-51, 2000.

[8] Granville S., Pereira M.V.F., Monticelli A.: 'An integrated methodology for VAR sources planning', IEEE Trans. Power Syst., 1988, 3, (2), pp. 549–557.

[9] C.R.N. Estevam M.J. Rider E. Amorim J.R.S. Mantovani," Reactive power dispatch and planning using a non-linear branch-and-bound algorithm," IET Gener. Transm. Distrib., 2010, Vol. 4, Iss. 8, pp. 963–973.

[10] M. Fathian and B. Amiri," A honeybee-mating approach for cluster analysis", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 38, No.7-8, pp. 809-821, 2007.

[11] A.Afshar, O .Bozog Haddad, MA .Marino," Honey bee mating optimization (HBMO) algorithm for optimal operation", Vol. 10, No.3, pp. 257-264, 2008.

[12] M. Lahanas, K. Karouzakis, S. Giannouli, R. F. Mould and D. Baltas, "Inverse Planning in Brachytherapy: Radium to High Dose Rate 192 Iridium Afterloading"" Phys. Med. Biol. 1-39..2002

QGg	Reactive power generation in bus g.
Vk	Voltage magnitude in bus k.
qcm^{upper}, qrm^{upper}	Upper limits allowed for continuous reactive power compensation source in bus m.
Sd	Maximum number of steps allowed for the discrete sources of reactive power.
T	Set of discrete values of the transformer tap ratio.
Δn	Step size for discrete variables.

زیرنویس‌ها

HBMO	Honey Bee Mating Optimization.
B&B Algorithm	Branch-and-Bound algorithm
NB	Set of system buses.
M and N	Set of candidate buses where continuous and discreet reactive power sources are already installed or where new ones are permitted.
I	Set of buses where reactive sources are already installed or where the installation of new ones is permitted.
G, L	Set of generation and load buses of the system, respectively.
J	Set of candidate buses with fictitious injection of reactive power sources.
NT	Set of transformers with automatic tap control.
U	Set of buses with installed discrete controllable reactive power sources.
W	Objective function.
CFXi	Fixed cost for allocation of reactive power sources in bus i.
Cci, Cri	Varying costs due to the allocation of new reactive capacitive and inductive reactive power sources, respectively, in bus i.
qci, qri	Investment variables: Capacitive and inductive reactive power source, respectively, either existing in the system or to be installed in the chosen bus i.
y1j, y2j	Fictitious injection of capacitive and inductive reactive power, respectively, in bus j.
ri	Binary decision variable: if ri = 1 then allocate the reactive power sources in bus i; if ri = 0 then do not allocate the reactive power source in bus i.
γ	Penalty factor.
(V, u, t)	Voltage magnitude, phase angle of bus bar voltage and transformer tap ratio, respectively.
Pk (u, V, t)	Active power injection in bus k.
Qk (u, V, t)	Reactive power injection in bus k.
Iˆ G G:R^{NB}_RG	Results in a sub-vector Gˆ of G, with G components
Iˆ L L:R^{NB}_RL	Results in a sub-vector ˆL of L, with L components
Iˆ q I:R^{NB}_RI	Results in a sub-vector ˆI q of I, with I components
Iˆ u U:R^{NB}_RU	Results in a sub-vector Uˆ of U, with U components
Iˆ D J:R^{NB}_RJ	Results in a sub-vector ˆJ of J, with J components
PGg, QGg	Active and reactive power generated in bus g.
PCl, QCl	Active and reactive power load in bus l.
qcu0, qru0	Capacity of capacitive and inductive reactive power, respectively, in bus u.
QGg ^{lower}, QGg ^{upper}	Lower and upper limits of reactive power bus g.
Vk^{lower}, Vk^{upper}	Lower and upper limits of voltage magnitude in bus k.
Tl	Transformer tap ratio at branch l.